CHƯƠNG 3: MÔ HÌNH TỐI ƯU HÓA

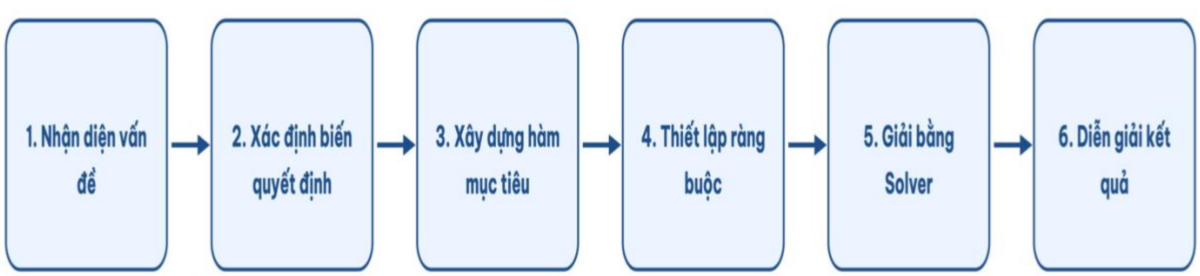
M.Econ. Đặng Thiện Tâm

ĐỊNH HƯỚNG CHƯƠNG III

Chương III tập trung vào năng lực cốt lõi của người học trong toán tối ưu: chuyển một tình huống quản trị thành mô hình quy hoạch tuyến tính, sau đó tổ chức mô hình trên bảng tính và sử dụng Excel Solver để tìm phương án tối ưu. Nội dung chương không chỉ nhấn mạnh kết quả tính toán, mà còn nhấn mạnh tư duy lập mô hình: xác định đúng biến quyết định, diễn đạt chính xác hàm mục tiêu, thiết lập ràng buộc phù hợp và kiểm tra tính khả thi của phương án.

Các ví dụ trong chương được triển khai theo nhiều bối cảnh quản trị như marketing, tài chính, quản trị sản xuất, vận tải và lập kế hoạch nguồn lực. Qua đó, người học nhận thấy quy hoạch tuyến tính không phải là một kỹ thuật toán học tách rời thực tế, mà là một công cụ ra quyết định có khả năng hỗ trợ nhà quản lý trong phân bổ ngân sách, lựa chọn danh mục tài sản, tối ưu hóa chi phí vận chuyển, bố trí sản xuất và sử dụng nguồn lực hạn chế.

Sau khi hoàn thành chương này, người học cần có khả năng đọc được một tình huống quản trị, xây dựng mô hình đại số, chuyển mô hình sang bảng tính, khai báo đúng các thành phần trong Solver, đọc kết quả tối ưu và diễn giải ý nghĩa quản trị của nghiệm tối ưu, bao gồm cả các khái niệm như ràng buộc chặt, số dư ràng buộc và điều kiện không âm.



Hình 3.1. Quy trình tư duy khi lập mô hình tối ưu hóa bằng Excel Solver

Bảng 3.0. Từ khóa trọng tâm của chương

Thuật ngữ	Ý nghĩa trong mô hình tối ưu hóa
Biến quyết định	Đại lượng mà mô hình cần tìm để hỗ trợ lựa chọn phương án quản trị.
Hàm mục tiêu	Biểu thức đo lường kết quả cần tối đa hóa hoặc tối thiểu hóa.
Ràng buộc	Các giới hạn hoặc yêu cầu mà phương án phải thỏa mãn để được xem là khả thi.
Miền nghiệm khả thi	Tập hợp tất cả phương án thỏa mãn toàn bộ ràng buộc của mô hình.
Solver	Công cụ trong Excel dùng để tìm giá trị của biến quyết định làm tối ưu hàm mục tiêu dưới các ràng buộc.

Dẫn nhập

Trong quá trình ra quyết định, các tổ chức và cá nhân thường phải đối mặt với những bài toán phức tạp yêu cầu tối ưu hóa một hoặc nhiều mục tiêu dưới những ràng buộc nhất định. Mô hình tối ưu hóa là công cụ mạnh mẽ giúp chúng ta giải quyết những bài toán này một cách hiệu quả. Một trong những phương pháp phổ biến để giải các bài toán tối ưu hóa là sử dụng hàm solve. Đây là một hàm đa năng có mặt trong nhiều ngôn ngữ lập trình và môi trường tính toán, cho phép chúng ta tìm ra giá trị tối ưu của các biến số ra quyết định bằng cách giải hệ phương trình hoặc bất phương trình đại diện cho bài toán. Mô hình tối ưu hóa thường bắt đầu bằng việc xác định rõ ràng các biến số ra quyết định, hàm mục tiêu mà chúng ta muốn tối ưu (tối đa hóa hoặc tối thiểu hóa), và các ràng buộc cần phải thỏa mãn. Sau đó, ta sử dụng hàm solve để tìm ra các giá trị của biến số làm tối ưu hóa hàm mục tiêu này. Ví dụ, trong các bài toán tối ưu hóa tuyến tính, hàm mục tiêu và các ràng buộc đều là các hàm tuyến tính, và hàm solve có thể được sử dụng để tìm nghiệm của bài toán. Trong các bài toán tối ưu hóa phi tuyến, solve có thể giải quyết các hàm mục tiêu và ràng buộc phức tạp hơn, bao gồm cả các hàm không tuyến tính. Việc áp dụng solve vào bài toán tối ưu hóa giúp tìm ra các giải pháp tối ưu một cách nhanh chóng và chính xác, từ đó hỗ trợ quá trình ra quyết định hiệu quả hơn.

Mục tiêu của chương

- Nắm vững một số kỹ thuật để lập công thức cho mô hình quy hoạch tuyến tính.

- Giới thiệu một số nguyên tắc trong xây dựng mô hình quy hoạch tuyến tính nhằm tạo thuận lợi cho việc ứng dụng công cụ solver.
- Lập được mô hình đại số và mô hình bảng tính bảng tính một cách linh hoạt.
- Ứng dụng Solver để giải quyết bài toán tối ưu hóa từ mô hình quy hoạch tuyến tính đã được thiết lập thành bảng tính hóa.

3.1. Giới thiệu bài toán quy hoạch tuyến tính (LP – Linear Programming)

Ghi chú mở rộng 3.1 - Bản chất của quy hoạch tuyến tính

Quy hoạch tuyến tính chỉ được sử dụng khi hàm mục tiêu và toàn bộ ràng buộc đều có dạng tuyến tính. Điều này có nghĩa là mỗi biến quyết định chỉ xuất hiện với số mũ bằng 1, không nhân với biến khác, không nằm trong mẫu số, căn bậc hai, logarit hoặc hàm phi tuyến. Nhờ cấu trúc tuyến tính, bài toán có thể được giải nhanh bằng các thuật toán tối ưu và đặc biệt phù hợp để triển khai trong Excel Solver với phương pháp Simplex LP.

Quy hoạch tuyến tính (LP) là một thuật toán nhằm tìm ra phương án tối ưu (hoặc kế hoạch tối ưu) từ vô số các phương án quyết định. Phương án tối ưu là phương án thỏa mãn được các mục tiêu đề ra của một hãng, phụ thuộc vào các hạn chế và các ràng buộc. LP được sử dụng rộng rãi trong các lĩnh vực như kinh tế, tài chính, kỹ thuật, logistics, và quản lý để tìm ra các giải pháp tối ưu cho các vấn đề quyết định nguồn lực hiệu quả.

3.1.1. Các thành phần của bài toán quy hoạch tuyến tính

Công thức tổng quát của mô hình quy hoạch tuyến tính

Một mô hình quy hoạch tuyến tính tổng quát thường được trình bày dưới dạng: tối đa hóa hoặc tối thiểu hóa $Z = c_1x_1 + c_2x_2 + ... + c_nx_n$,

với các ràng buộc $a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + ... + a_{1n}x_n \leq, =$ hoặc $\geq b_1$; ...; $a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + ... + a_{mn}x_n \leq, =$ hoặc $\geq b_m$; và điều kiện $x_j \geq 0$ đối với mọi biến quyết định j.

Trong đó, Z là giá trị hàm mục tiêu; xj là các biến quyết định; cj là hệ số đóng góp của biến xj vào mục tiêu; aij là hệ số sử dụng nguồn lực hoặc hệ số kỹ thuật; bi là giới hạn nguồn lực hoặc yêu cầu cần đạt của ràng buộc thứ i.

Bảng 3.1a. Cách đọc các ký hiệu trong mô hình LP tổng quát

Ký hiệu	Tên gọi	Ý nghĩa quản trị
xj	Biến quyết định	Số lượng, mức đầu tư, số quảng cáo, số đơn vị vận chuyển... cần lựa chọn
cj	Hệ số mục tiêu	Lợi nhuận đơn vị, chi phí đơn vị, mức tiếp cận, tỷ suất sinh lợi...
aij	Hệ số ràng buộc	Mức sử dụng nguồn lực hoặc mức đóng góp của biến xj vào ràng buộc i
bi	Vế phải ràng buộc	Giới hạn nguồn lực, nhu cầu tối thiểu, ngân sách hoặc yêu cầu chính sách

Một bài toán quy hoạch tuyến tính điển hình gồm các thành phần chính sau:

Các biến số ra quyết định (decision variables): là những yếu tố hoặc tham số mà người ra quyết định có thể kiểm soát và điều chỉnh trong quá trình đưa ra quyết định. Những biến số này thường là các giá trị hoặc yếu tố có thể thay đổi được để đạt được mục tiêu hoặc kết quả mong muốn.

Hàm mục tiêu (Objective Function): Một biểu thức tuyến tính cần được tối ưu hóa (tối đa hóa hoặc tối thiểu hóa).

$$Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots c_nx_n.$$

Trong đó:

- Z là giá trị của hàm mục tiêu.
- c_1, c_2, c_n là các hệ số của hàm mục tiêu.
- x_1, x_2, x_n là các biến quyết định.

Các ràng buộc (Constraints): Các bất phương trình hoặc phương trình tuyến tính mô tả các điều kiện mà các biến quyết định phải thỏa mãn.

$$\{a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ a_{1n}x_n \leq b_1; \ \ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ a_{2n}x_n \leq b_2 \ \ \ldots; \ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ a_{mn}x_n \leq b_m$$

Trong đó:

- a_{ij} là các hệ số của các ràng buộc.
- b_1,b_2, b_m là các hằng số của các ràng buộc.

- m là số lượng ràng buộc.

Điều kiện không âm (Non-negativity Constraints): Các biến quyết định phải không âm.

$$x_i \geq 0, i=1, 2, \ldots, n$$

3.1.2. Lập công thức cho mô hình quy hoạch tuyến tính

Hộp 3.1 - Quy trình 5 bước khi lập công thức mô hình LP

Bước 1: Đọc kỹ tình huống và xác định quyết định cần đưa ra. Bước 2: Đặt biến quyết định kèm đơn vị đo. Bước 3: Xác định mục tiêu cần tối đa hóa hoặc tối thiểu hóa. Bước 4: Chuyển từng giới hạn trong tình huống thành ràng buộc toán học. Bước 5: Bổ sung điều kiện không âm, điều kiện nguyên nếu biến quyết định chỉ có ý nghĩa dưới dạng số nguyên, và kiểm tra lại đơn vị đo của toàn bộ mô hình.

3.1.2.1. Các điều kiện ràng buộc

Ghi nhớ về ràng buộc

Một ràng buộc tốt phải trả lời được ba câu hỏi: ràng buộc đang giới hạn đại lượng nào, vế trái được tính từ các biến quyết định ra sao, và vế phải là giới hạn tối đa, yêu cầu tối thiểu hay giá trị bắt buộc phải bằng. Khi lập mô hình bảng tính, nên tách rõ ba phần: LHS - dấu ràng buộc - RHS để dễ kiểm tra và khai báo trong Solver.

Bước đầu tiên khi lập công thức cho mô hình quy hoạch tuyến tính là ghi nhận những ràng buộc. Các ràng buộc được xem như là tất cả những giới hạn mà các biến số ra quyết định phải tuân theo.

Ràng buộc (Constraints) trong bài toán quy hoạch tuyến tính là những điều kiện mà các biến quyết định phải tuân thủ để đảm bảo tính khả thi của giải pháp. Các ràng buộc thường được biểu diễn dưới dạng các bất phương trình hoặc phương trình tuyến tính. Chúng đóng vai trò quan trọng trong việc xác định tập nghiệm khả thi của bài toán, từ đó giúp tìm ra giải pháp tối ưu. Ràng buộc là các biểu thức tuyến tính mô tả các giới hạn hoặc yêu cầu mà các biến quyết định phải thỏa mãn. Chúng có thể là:

- Bất phương trình tuyến tính (≤, ≥)
- Phương trình tuyến tính (=)

<u>Các ràng buộc</u>

- **Ràng buộc tài nguyên**: Giới hạn về nguồn lực sẵn có như nguyên vật liệu, lao động, thời gian, ngân sách.

- **Ràng buộc năng suất**: Giới hạn về số lượng sản phẩm có thể sản xuất hoặc yêu cầu sản xuất.
- **Ràng buộc kỹ thuật**: Các giới hạn liên quan đến kỹ thuật hoặc công nghệ.
- **Ràng buộc thị trường**: Giới hạn về khả năng tiêu thụ sản phẩm hoặc nhu cầu thị trường.

Ví dụ: Giả sử một công ty T.A.M sản xuất hai sản phẩm, A và B, với các ràng buộc về lao động và máy móc như sau: Sản phẩm A yêu cầu 2 giờ lao động và 4 giờ máy móc để sản xuất mỗi đơn vị. Sản phẩm B yêu cầu 5 giờ lao động và 3 giờ máy móc để sản xuất mỗi đơn vị. và Công ty T.A.M có tối đa 150 giờ lao động và 100 giờ máy móc mỗi tuần.

Biến ra quyết định:

Gọi x_1, x_2 là các biến quyết định Các biến này đại diện cho số lượng của các sản phẩm hoặc các yếu tố khác mà chúng ta cần xác định trong quá trình tối ưu hóa.

Cụ thể:

x_1: Là số lượng sản phẩm A được sản xuất.

x_2: Là số lượng sản phẩm B được sản xuất.

Xây dựng ràng buộc cho bài toán

- Ràng buộc về lao động: Tổng số giờ lao động sử dụng để sản xuất A và B không vượt quá 150 giờ.

$$2x_1 + 5x_2 \leq 150$$

- Ràng buộc về máy móc: Tổng số giờ máy móc sử dụng để sản xuất A và B không vượt quá 100 giờ.

$$4x_1 + 3x_2 \leq 100$$

- Điều kiện không âm**:** Số lượng sản phẩm sản xuất không thể âm

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

Như vậy, các ràng buộc của bài toán là

$$\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 \leq 150 \\ 4x_1 + 3x_2 \leq 100 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0 \ x_2 \geq 0$$

1. Một nhà quản lý danh mục đầu tư chỉ có một nguồn vốn giới hạn trong khả năng của ông ta. Do vậy quyết định đầu tư sẽ bị giới hạn bởi quy mô nguồn vốn đó cùng những ràng buộc khác nếu có. Ví dụ nếu bạn đầu tư vào chứng khoán thì ràng buộc sẽ là quy định mang tính quản lý của Ủy ban chứng khoán (chẳng hạn không cho phép bán khống cổ phiếu và như vậy tỷ trọng vốn đầu tư vào cổ phiếu đó trong danh mục không được âm).

2. Quyết định của một quản đốc sản xuất sẽ bị giới hạn bởi khả năng của nhà máy và những nguồn vật liệu sẵn có.

3. Một doanh nghiệp đứng trước rất nhiều cơ hội đầu tư thì quyết định lựa chọn tối ưu sẽ phụ thuộc vào quy mô nguồn vốn của doanh nghiệp bị giới hạn bởi khả năng đáp ứng của dòng tiền doanh nghiệp tại thời điểm bắt đầu dự án và những năm sau đó.

Trong ngữ cảnh của mô hình, sự giới hạn hay các ràng buộc đối với biến số ra quyết định là những yếu tố có tầm quan trọng đặc biệt. Có 2 loại ràng buộc: ràng buộc từ những hạn chế và ràng buộc từ những yêu cầu đòi hỏi. Tuy nhiên những ràng buộc có thể được phân loại xa hơn để phản ánh: các hạn chế hay những yêu cầu mang tính tự nhiên; các hạn chế hay những yêu cầu mang tính kinh tế; hoặc các hạn chế hay những yêu cầu do chính sách chi phối. Trong những ví dụ trên thì:

1. Nhà quản lý danh mục bị ràng buộc bởi hạn chế về nguồn vốn (giới hạn mang tính tự nhiên) và những quy định của ủy ban chứng khoán (giới hạn do chính sách).

2. Các quyết định sản xuất bị ràng buộc về giới hạn khả năng sản xuất (giới hạn tự nhiên) và nguồn lực có sẵn (giới hạn về kinh tế và giới hạn tự nhiên).

3. Các hãng hàng không bị ràng buộc về yêu cầu phi hành đoàn phải có thời gian nghỉ ngơi dưới mặt đất tối thiểu 24 giờ giữa 2 chuyến bay. (giới hạn về chính sách).

4. Công ty dầu khí bị ràng buộc bởi giới hạn về các loại dầu thô có sẵn (giới hạn tự nhiên) và yêu cầu rằng dầu thô phải có một tỷ lệ chỉ số ốc-tan tối thiểu (giới hạn về chính sách).

5. Một doanh nghiệp không thể chi trả cổ tức nếu không có lợi nhuận (giới hạn tự nhiên) hay khi tỷ suất lợi nhuận không vượt qua một yêu cầu tối thiểu nào đó (giới hạn chính sách).

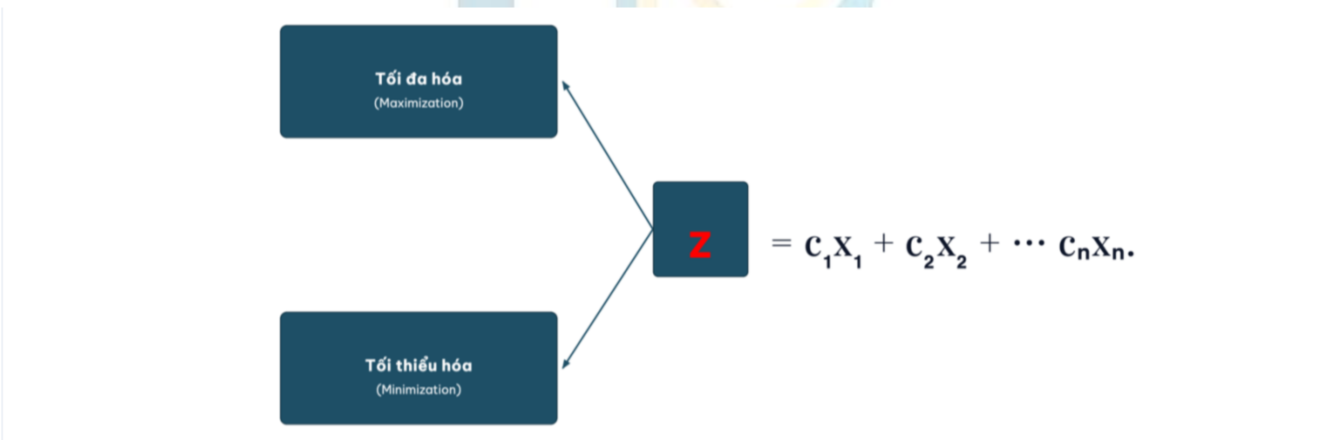
3.1.2.2. Hàm mục tiêu

Ghi nhớ về hàm mục tiêu

Hàm mục tiêu cần phản ánh đúng tiêu chí ra quyết định quan trọng nhất. Nếu bài toán tối đa hóa lợi nhuận, hệ số của biến thường là lợi nhuận đơn vị hoặc phần bù định phí đơn vị. Nếu bài toán tối thiểu hóa chi phí, hệ số của biến thường là chi phí đơn vị. Không nên đưa chi phí chìm vào hàm mục tiêu vì chi phí chìm không thay đổi theo quyết định hiện tại.

Hàm mục tiêu (Objective Function) trong bài toán quy hoạch tuyến tính (Linear Programming - LP) là một biểu thức toán học mà chúng ta muốn tối ưu hóa, có thể là Tối đa hóa (Maximization) hoặc Tối thiểu hóa (Minimization). Hàm mục tiêu thường biểu diễn một đại lượng cần tối ưu, chẳng hạn như lợi nhuận, chi phí, thời gian, hoặc hiệu suất. Trong ví dụ về sản xuất, hàm mục tiêu biểu diễn tổng lợi nhuận từ sản xuất các sản phẩm, và mục tiêu là tìm ra số lượng sản phẩm tối ưu để tối đa hóa lợi nhuận này trong khi vẫn tuân thủ các ràng buộc về nguồn lực.

Hàm mục tiêu là một biểu thức tuyến tính bao gồm các biến quyết định, mỗi biến được nhân với một hệ số. Biểu thức này có dạng tổng các tích của các biến và các hệ số tương ứng



Hình 3.2. Cấu trúc hàm mục tiêu trong quy hoạch tuyến tính

Trong đó:

- Z: là giá trị của hàm mục tiêu cần tối ưu.
- c_1, c_2, c_n: là các hệ số của hàm mục tiêu, biểu thị đóng góp của mỗi biến quyết định vào giá trị của hàm mục tiêu.
- x_1, x_2, x_n: là các biến quyết định, biểu diễn các yếu tố cần tối ưu.

Tất cả các mô hình quy hoạch tuyến tính đều có 2 đặc điểm chung quan trọng:

- Đặc điểm thứ nhất, như đã được thể hiện trong ví dụ trên, đó là sự tồn tại của các điều kiện ràng buộc.

- Đặc điểm thứ hai là trong tất cả mô hình quy hoạch tuyến tính chỉ có duy nhất một kết quả đo lường được mục tiêu hóa: cực đại hoặc cực tiểu.

Ví dụ: nhà quản lý danh mục đầu tư có thể muốn tối đa hóa tỷ suất lợi nhuận của danh mục, và giám đốc sản xuất có thể muốn chi phí sản xuất là thấp nhất. Tương tự hãng hàng không muốn có một lịch trình bay sao cho tối thiểu hóa chi phí và công ty dầu khí khai thác mỏ dầu hiện có sao cho tối đa hóa lợi nhuận.

Do vậy, bạn có thể thấy rằng trong mỗi ví dụ trên có một thông số đo lường kết quả thực hiện được các nhà quản lý mong muốn tối đa hóa (chẳng hạn lợi nhuận, tỷ suất sinh lợi, hiệu năng, hoặc tính hiệu quả) hoặc tối thiểu hóa (như chi phí hoặc thời gian). Trong ngôn ngữ của mô hình quy hoạch tuyến tính, một hàm số đo lường kết quả thực hiện được tối ưu hóa được gọi là hàm mục tiêu.

Mọi mô hình quy hoạch tuyến tính đều có 2 đặc điểm quan trọng: một hàm mục tiêu được tối đa hóa hoặc tối thiểu hóa, và các điều kiện ràng buộc.

Chúng ta nối tiếp với ví dụ ở trên: giả sử chúng ta có một công ty sản xuất hai loại sản phẩm, A và B, với mục tiêu tối đa hóa lợi nhuận. Mỗi đơn vị sản phẩm A mang lại lợi nhuận $50 và mỗi đơn vị sản phẩm B mang lại lợi nhuận $40.

$$f(x) = 50x_1 + 40x_2$$

Nếu mục tiêu là tối đa hóa, như trong ví dụ này, công ty muốn sản xuất số lượng sản phẩm A và B sao cho tổng lợi nhuận $f(x)$ là lớn nhất. Các hệ số c_1, c_2 tương ứng biểu thị mức độ đóng góp của từng sản phẩm vào tổng lợi nhuận.

3.2. Các tình huống áp dụng bài toán quy hoạch tuyến tính

Liên hệ thực tiễn

Các tình huống trong mục 3.2 cho thấy cùng một cấu trúc quy hoạch tuyến tính có thể được dùng trong nhiều bối cảnh khác nhau. Điểm chung là nhà quản lý phải phân bổ nguồn lực hữu hạn để đạt một mục tiêu cụ thể: tối đa hóa phạm vi tiếp cận trong marketing, tối đa hóa giá trị tài chính trong quản lý tài sản - nợ, hoặc tối thiểu hóa chi phí trong vận tải và sản xuất.

3.2.1. Tình huống ứng dụng trong lĩnh vực marketing

Công ty T.A.M đang phát triển dự án bất động sản . Công ty T.A.M đã thuê công ty quảng cáo XYZ để thiết kế chiến dịch quảng cáo. T.A.M đã cung cấp cho XYZ ngân sách quảng cáo là $100,000 đô la cho chiến dịch. Sau khi xem xét các phương tiện quảng cáo có thể và thị trường cần được phủ sóng, XYZ khuyến nghị rằng quảng cáo nên được giới hạn trong 4 phương tiện truyền thông. Thông tin được thu thập được trình bày trong Bảng 3.1.

Media	Cost per Ad	Reach per Ad
Newspapers	$2000	15,000
Radio	$1000	30,000
Television	$500	50,000
Online	$1500	20,000

Giá trị tối thiểu và tối đa của các quảng cáo:

Newspapers: Có ít nhất 10 quảng cáo và tối đa 50 quảng cáo

Radio: Có ít nhất 20 quảng cáo và tối đa 60 quảng cáo

Television: Có ít nhất 30 quảng cáo và tối đa 100 quảng cáo

Online: Có ít nhất 20 quảng cáo và tối đa 150 quảng cáo

a. Thiết lập vấn đề

Từ dữ kiện trên chúng ta có thể dễ dàng thiết lập được hàm mục tiêu và các ràng buộc và các biến số ra quyết định lần lượt như sau:

- **Các biến số ra quyết định**

Chúng ta có thể thấy rằng biến số ra quyết định trong tình huống này đó là *Số lượt Xi của 4 kênh quảng cáo*. Các biến số ra quyết định trong trường hợp này lần lượt là:

+ x_1: số lượt quảng cáo trên kênh báo chí
+ x_2: số lượt quảng cáo trên kênh Radio
+ x_3: số lượt quảng cáo trên kênh Television
+ x_4: số lượt quảng cáo trên kênh Online

- **Hàm mục tiêu (Objective Function)**

Công ty XYZ muốn tối đa hóa phạm vi tiếp cận của chiến dịch quảng cáo trên các kênh truyền thông khác nhau (Báo chí, radio, truyền hình và quảng cáo trực tuyến) trong một ngân sách nhất định.

$$f(x) = 15,000x_1 + 30,000x_2 + 50,000x_3 + 20,000x_4$$

Và chắc chắn rằng chúng ta đang hướng tới với $Y(X)$ có giá trị Max

- **Các ràng buộc (Constraints)**

    + Tổng chi tiêu cho quảng cáo không được vượt quá ngân sách đã quy định.

    + Đồng thời, có yêu cầu về phạm vi tiếp cận tối thiểu và tối đa cho mỗi kênh truyền thông để đảm bảo một chiến dịch cân bằng.

Từ hai ràng buộc trên chúng ta có công thức như sau:

$$100{,}000 \geq 2000x_1 + 1000x_2 + 500x_3 + 1500x_4$$

$$10 \leq x_1 \leq 50$$

$$20 \leq x_2 \leq 60$$

$$30 \leq x_3 \leq 100$$

$$20 \leq x_4 \leq 150$$

$$x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0,\ x_3 \geq 0,\ x_4 \geq 0$$

b. Thiết lập mô hình bảng tính

Từ các dữ liệu trên ta có thể dễ dàng thiết lập mô hình bảng tính cho công ty XYZ

Media	Cost per Ad	Reach per Ad	Số lượt quảng cáo (Decision)	Tổng chi phí QC		Tổng số người tiếp cận
Newspapers	$2,000	15,000	?	#VALUE!		#VALUE!
Radio	$1,000	30,000	?	#VALUE!		#VALUE!
Television	$500	50,000	?	#VALUE!		#VALUE!
Online	$1,500	20,000	?	#VALUE!		#VALUE!
				#VALUE!	Tổng chi phí	
					Tổng số người đạt được	#VALUE!

Hình 3.3. Mẫu bảng tính ban đầu cho bài toán lựa chọn kênh quảng cáo

Như vậy là hệ số "?" là điều chúng ta cần tìm dựa trên các ràng buộc đã thiết lập ở trên theo dữ kiện của tình huống.

Chúng ta hãy thử giả định rằng số lượt quảng cáo của các kênh lần lượt là 2, 4, 5,7 thì điều gì sẽ xảy ra? Chắc chắn rằng bằng những công thức đơn gian ta sẽ tính ra được tổng chi phí và tổng số người tiếp cần cho chiến dịch này. Và liệu rằng điều đó đã là giải pháp tối ưu chưa ?

Media	Cost per Ad	Reach per Ad	Số lượt quảng cáo (Decision)	Tổng chi phí QC		Tổng số người tiếp cận
Newspapers	$2,000	15,000	2	4000		30000
Radio	$1,000	30,000	4	4000		120000
Television	$500	50,000	5	2500		250000
Online	$1,500	20,000	5	7500		100000
				18000	Tổng chi phí	
					Tổng số người đạt được	500000

Hình 3.4. Bảng tính kiểm tra phương án thử trong bài toán quảng cáo

Chắc chắn một điều là có thể dễ dàng nhìn thấy rằng các ràng buộc mà bài toán yêu cầu đều không đảm bảo được. Cho nên kết luận rằng điều các giải pháp chúng ta giả định chưa phải là giải pháp tối ưu mà ta mong muốn. Vậy có cách nào để tìm ra phương pháp tối ưu cho tình huống của mô hình bài toán quy hoạch tuyến tính này không? Để giải quyết vấn đề này, bạn có thể sử dụng các công cụ phần mềm như Excel Solver, R-studio, LINGO, hoặc Python với thư viện PuLP.

c. Tổng quan về Solver

Kiểm tra mô hình trước khi chạy Solver

Trước khi bấm Solve, người học nên kiểm tra nhanh bốn yếu tố: ô mục tiêu phải chứa công thức tính từ các ô biến quyết định; các ô biến quyết định phải để trống hoặc nhập giá trị thử; mỗi ràng buộc phải có ô tính vế trái và ô chứa giới hạn vế phải; tất cả công thức trong mô hình phải thay đổi khi thay đổi giá trị của biến quyết định.

Đối với mô hình quy hoạch tuyến tính, cần chọn phương pháp Simplex LP. Nếu biến quyết định bắt buộc là số nguyên như số quảng cáo, số sản phẩm, số xe hoặc số nhân viên, cần bổ sung ràng buộc Integer trong Solver thay vì chỉ làm tròn kết quả sau khi giải.

Solver là một chương trình bổ sung của Excel được sử dụng để tối ưu hóa số học các mô hình tối ưu có điều kiện ràng buộc như là mô hình quy hoạch tuyến tính. Solver có thể tối ưu hóa cho cả hai loại mô hình tuyến tính và mô hình phi tuyến.

Tất cả các công thức được sử dụng trong mô hình quy hoạch tuyến tính chỉ được chứa đựng các mối quan hệ trực tiếp hoặc gián tiếp đến các biến số ra quyết định, các nội dung tính toán trong ô hàm mục tiêu và đặc biệt là trong bất kỳ ràng buộc nào.

Sử dụng Solver:

- Khởi động Excel và thực hiện tiến trình lập mô hình bảng tính một cách bình thường. Sau đó bạn có thể phát triển mô hình, thực hiện dự đoán "điều gì xảy ra nếu…?" thực hiện các phân tích sửa lỗi và in kết quả.

- Một khi mô hình đã được phát triển và được sửa lỗi (và được lưu vào đĩa!), bạn tối ưu hóa mô hình này bằng cách sử dụng công cụ Solver từ menu Tools nếu là office 2003 hoặc menu Data nếu là office 2007.

- Sau khi khai báo theo các yêu cầu trong hộp thoại của Solver chẳng hạn như: địa chỉ của ô biến số ra quyết định, địa chỉ của ô chứa công thức hàm mục tiêu, tiếp theo sẽ click nút “Solver”.

- Solver sẽ thực hiện tiến trình tối ưu hóa mô hình. Đối với những mô hình quy hoạch tuyến tính nhỏ thì tiến trình này chỉ thực hiện trong vài giây trên máy vi tính cá nhân, nhưng đối với các mô hình lớn thì thời gian thực hiện có thể mất vài phút.

- Giả định rằng không có những sai lỗi trong mô hình bảng tính quy hoạch tuyến tính của bạn, thì cuối cùng Solver sẽ cho ra một hộp thoại Solver Results mà trong đó có thể yêu cầu Solver tiếp tục cho ra báo cáo hoặc yêu cầu Solver cập nhật giá trị tối ưu vừa tính toán được vào mô hình bảng tính của bạn. Solver sẽ tạo một báo cáo trong một Sheet khác cùng nằm trong file Excel ban đầu và có thể lưu lại báo cáo này hoặc in ra.

- Tại thời điểm này, bây giờ bạn có thể tiếp tục thực hiện các phân tích khác như phân tích “điều gì xảy ra nếu…?”, thực hiện phân tích độ nhạy đối với các giá trị gần kề với các giá trị tối ưu hóa v.v.

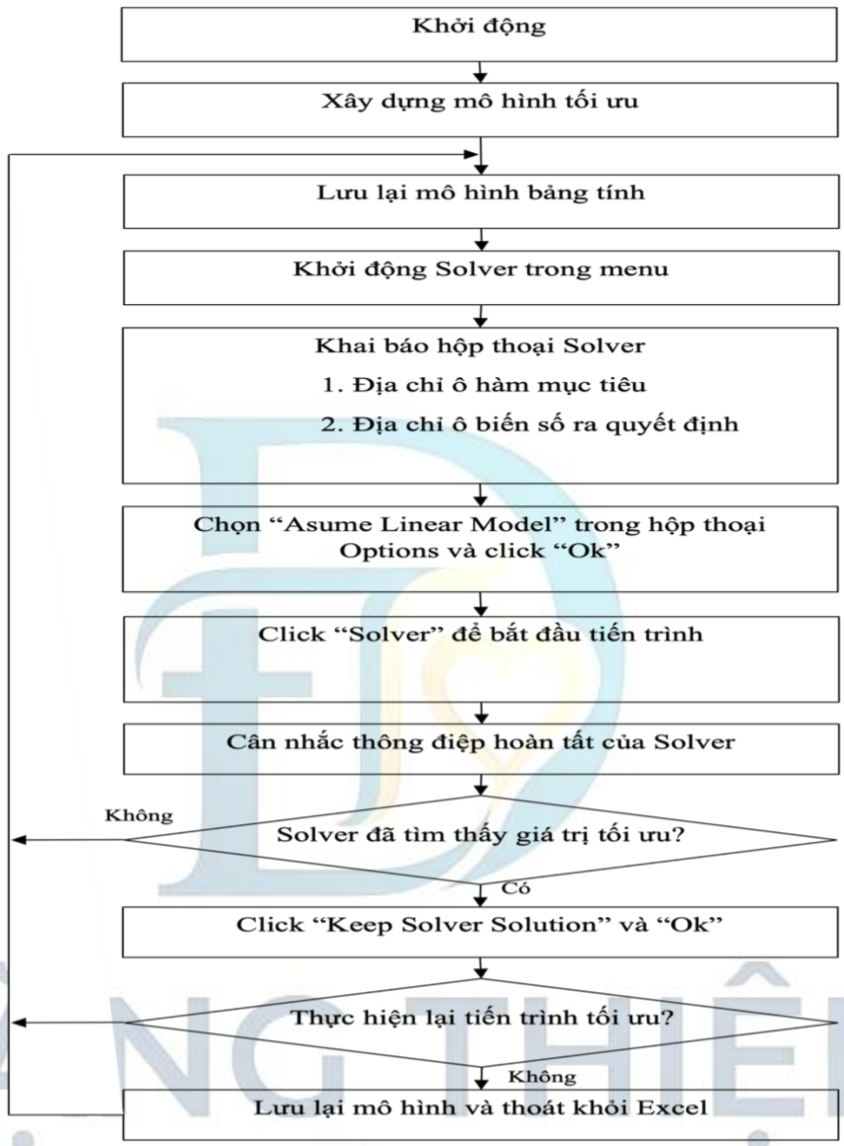
Các thuật ngữ được sử dụng trong Solver:

Bảng 3.2. Thuật ngữ lập mô hình quy hoạch tuyến tính

Thuật ngữ lập mô hình quy hoạch tuyến tính	Thuật ngữ Solver
Hàm mục tiêu	Ô mục tiêu (Set target cell)
Các biến số ra quyết định	Các ô biến số ra quyết định (By changing cells)
Các điều kiện ràng buộc	Các ràng buộc (Subject to the constraints/add)
Hàm ràng buộc (vế trái của bất đẳng thức)	Tham chiếu các ô ràng buộc (Cell reference)
Giới hạn ràng buộc (Vế phải của bất đẳng thức)	Các ràng buộc hoặc giới hạn (Constraint)
Mô hình tuyến tính LP	Giả định mô hình tuyến tính-LP hoặc phí tuyến

Nếu theo nội dung của mô hình, các biến số ra quyết định có giá trị âm là vô nghĩa thì bạn cần nhớ bổ sung điều kiện ràng buộc là giá trị các biến số quyết định không âm trong khi thực hiện tiến trình tối ưu hóa với Solver.

Ta có sơ đồ tổng quan các bước sử dụng Solver như sau:

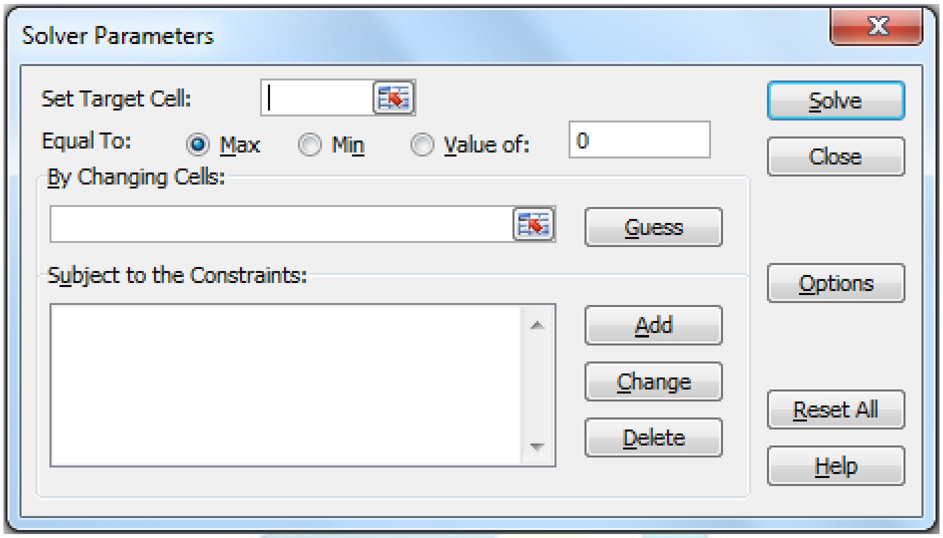


Hình 3.5. Sơ đồ quy trình sử dụng Excel Solver

- **Tối ưu hóa mô hình công ty XYZ bằng Solver**

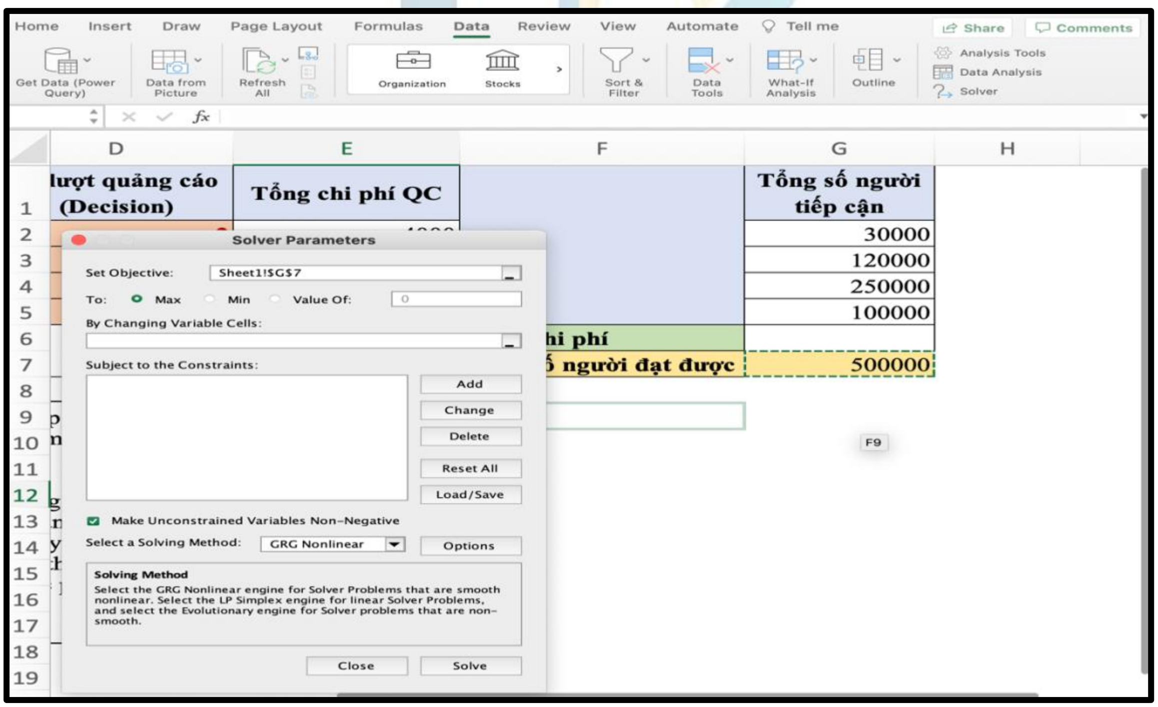
Cách học Solver tốt nhất là bạn cần ngồi thực tập ngay trước máy vi tính của bạn. Sau khi Solver được kích hoạt, hộp thoại Solver Parameters sẽ xuất hiện như hình dưới đây, lưu ý rằng Solver luôn mặc định chế độ của hàm mục tiêu là "Max", và địa chỉ ô có dấu nháy luôn xuất hiện trong vùng đầu tiên: "Set Target Cell".

Hình 3.6. Hộp thoại Solver Parameters mặc định



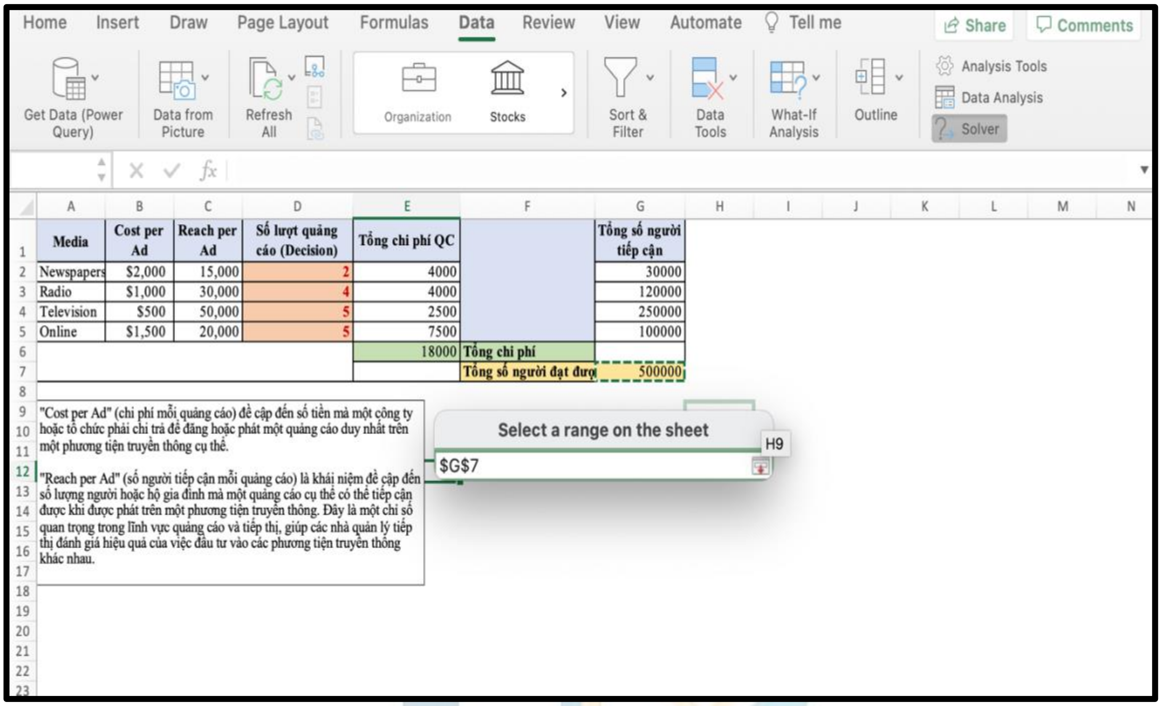
Trong vùng đầu tiên "Set Target Cell", bạn cần nhập địa chỉ ô chứa nội dung của hàm mục tiêu. Trong ví dụ công ty XYZ, địa chỉ này là ô G7 (xem hình sau).

Hình 3.7. Nhận diện ô mục tiêu trong Solver cho bài toán quảng cáo



Có thể thu nhỏ hộp thoại Solver Parameters như hình dưới đây để thuận tiện hơn trong việc quan sát phần còn lại trên bảng tính của mình để từ đó sử dụng chuột xác định địa chỉ nhanh và chính xác hơn.

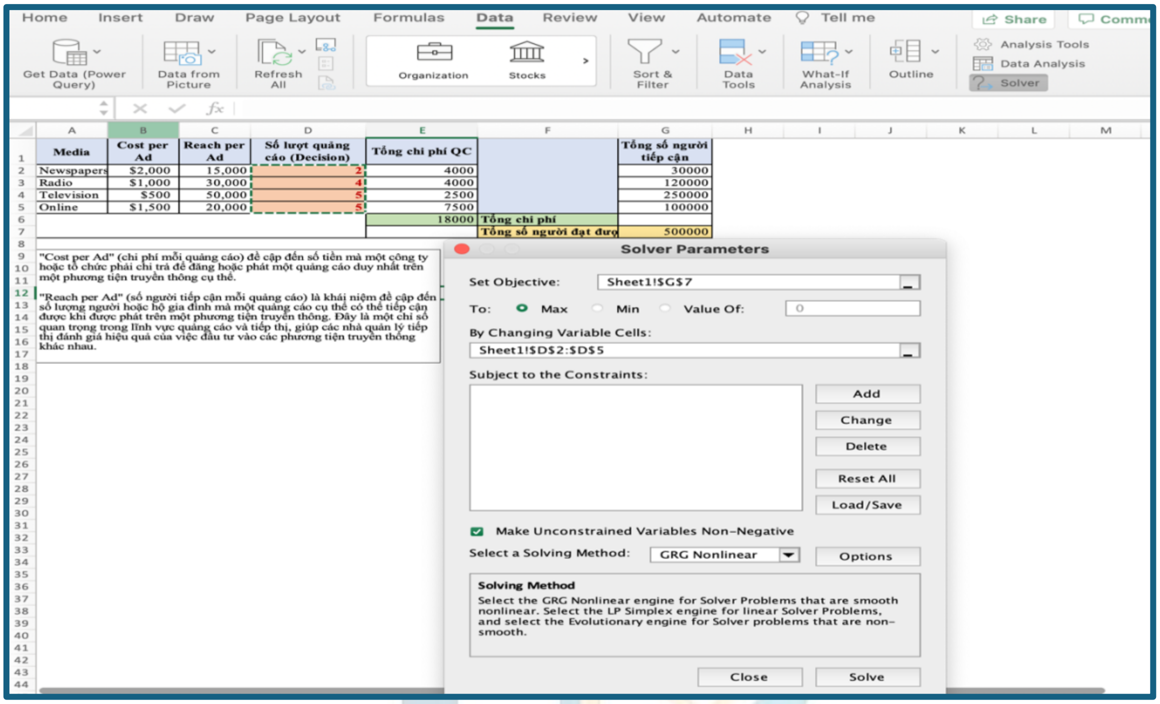
Hình 3.8. Thu nhỏ hộp thoại Solver Parameters để chọn vùng dữ liệu



Vùng kế tiếp của hộp thoại là “Equal To”: cho phép khai báo loại tối ưu hóa ứng với 2 vị trí của Radio Button là Max và Min. Trong ví dụ chúng ta muốn tối đa hóa tổng số người tiếp cận chiến dịch quảng cáo, vì vây click vào Radio Button “Max”. Ngược lại nếu mục tiêu kết quả thực hiện là tối thiểu hóa chi phí thì click vào Radio Button “Min”.

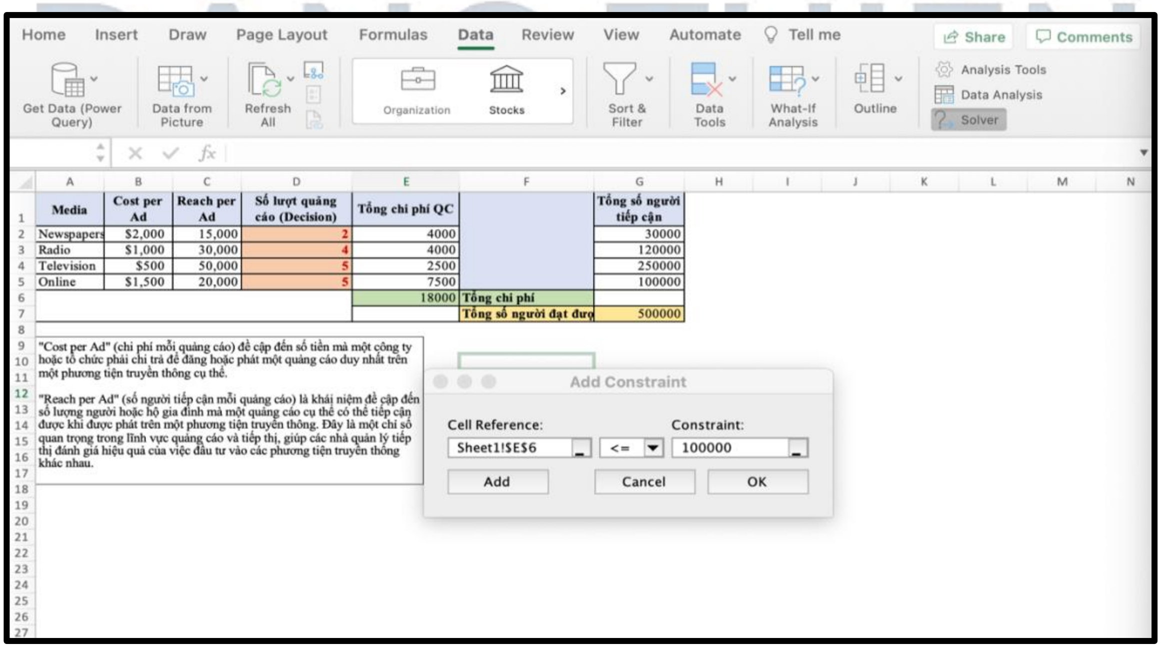
Vùng kế tiếp được đặt tên là “By Changing Cells” cho phép khai báo các biến số ra quyết định. Trong ví dụ mô hình bảng tính của công ty XYZ thì những biến số ra quyết định là các ô D2:D5 được khai báo như sau:

Hình 3.9. Khai báo vùng biến quyết định trong Solver



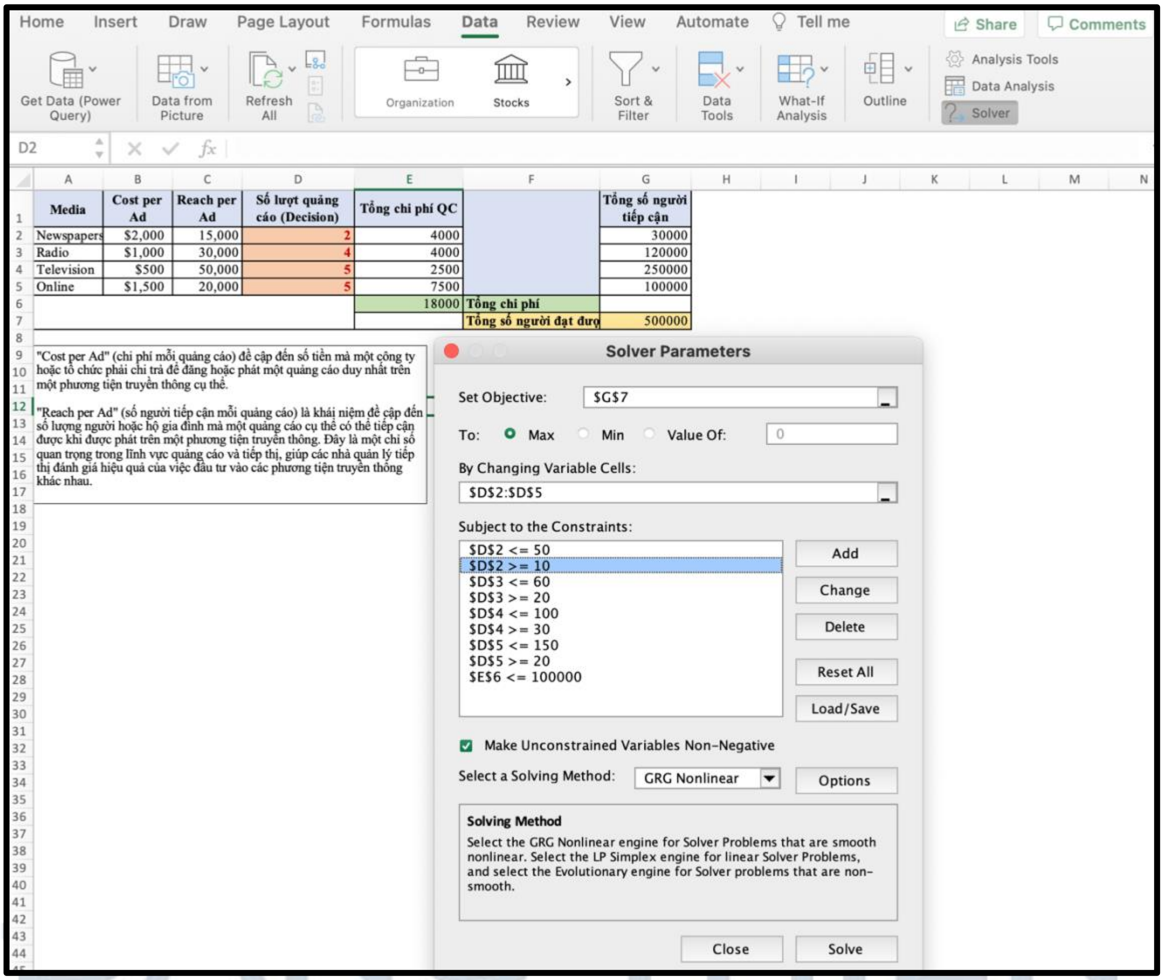
Kế tiếp phải định rõ các điều kiện ràng buộc của hàm mục tiêu cho Solver tại vùng “Subject to the Constraints”. Tại phía bên phải của vùng này, bạn click nút “Add” và hộp thoại Add Constraint cho phép bạn khai báo các địa chỉ của hàm ràng buộc và giới hạn của ràng buộc:

Hình 3.10. Khai báo vế trái của ràng buộc trong Solver



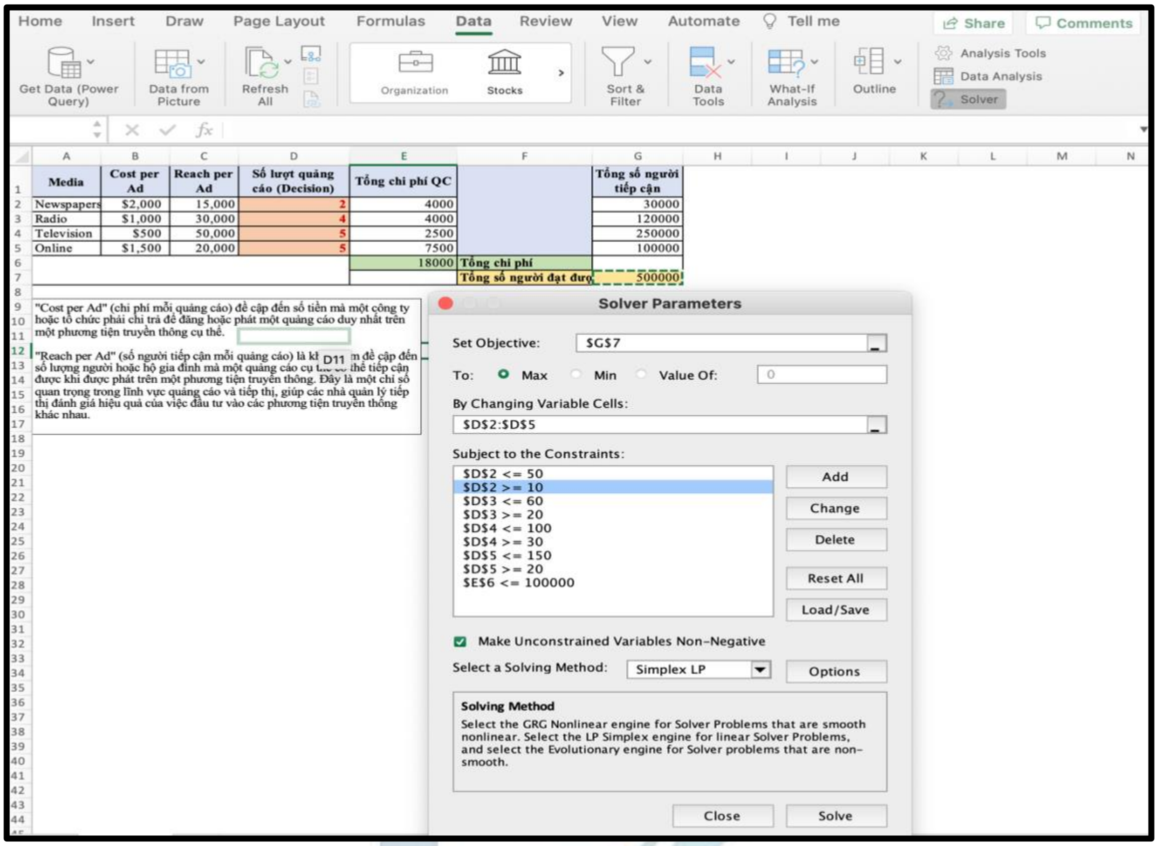
Tiếp tục khai báo tất cả các ràng buộc ở trên của X_2, X_3, X_4 và Tổng chi phí $\leq$ 100,000$

Và bây giờ có thể click "OK" để kết thúc việc khai báo các điều kiện ràng buộc cho Solver và quay trở lại hộp thoại Solver Parameters:



Hình 3.11. Khai báo đầy đủ ràng buộc và phương pháp giải trong Solver

Và đừng quên rằng click vào " make unconstrained Variables Non-negative" và phương pháp chúng ta đang sử dụng là quy hoạch tuyến tính (select a Solving method : Simplex LP).

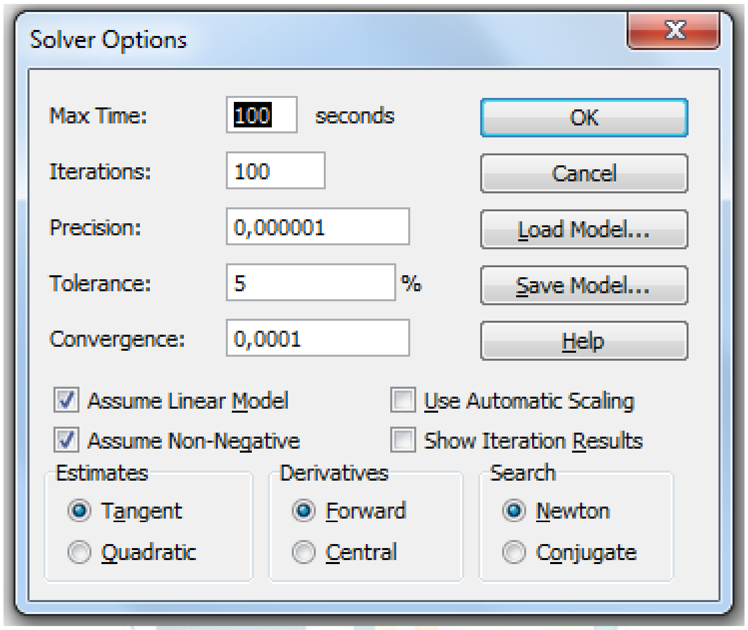


Hình 3.12. Khai báo mô hình tuyến tính và điều kiện không âm trong Solver

Các đặc điểm Solver như hình trên, các nút "Change" và "Delete" được sử dụng khi cần thay đổi hoặc xóa các điều kiện ràng buộc. Lưu ý là nút "Reset All" sẽ xóa tất cả các nhập liệu trong hộp thoại Solver Parameters và được sử dụng trong trường hợp khai báo tất cả lại từ đầu.

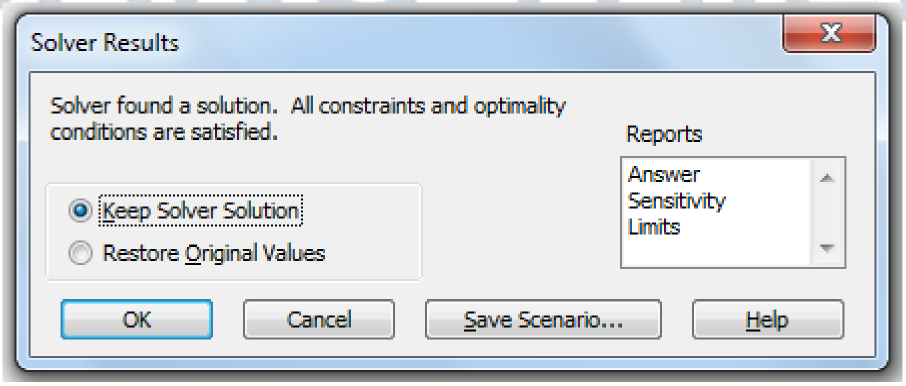
Cuối cùng chúng ta đang làm việc với mô hình quy hoạch tuyến tính có các mối quan hệ giữa các biến số là hoàn toàn tuyến tính, sau khi kích nút "Options" trong hộp thoại Solver Parameters sẽ xuất hiện hộp thoại Solver Option như sau:

Hình 3.13. Khai báo mô hình tuyến tính và điều kiện không âm trong Solver



Khi click vào check box "Assume Linear Model" thì có nghĩa đã khai báo với Solver là mô hình tuyến tính, còn nếu click vào check box "Assume Non-Negative" thì có nghĩa là khai báo với Solver các biến số ra quyết định sẽ không được âm. Chọn Solver để quay trở về hộp thoại Solver Parameters và click nút "Solver" thì Solver sẽ bắt đầu thực hiện các vòng lặp phép thử cần thiết và sẽ hiện câu thông báo "Setting up problem…" khi có sai sót trong quá trình thực hiện, và nếu như không có một sai sót nào thì chỉ sau một vài giây Solver sẽ hiện ra thông báo đã hoàn tất như trong hộp thoại "Solver Results" dưới đây:

Hình 3.14. Báo cáo Answer Report của Solver cho bài toán quảng cáo



Lưu ý rằng phải đọc cẩn thận các câu thông báo đầu tiên của hộp thoại này, vì Solver luôn cho ra hộp thoại thông báo "Solver Results" giống nhau ngoại trừ hai câu thông báo phía trên của hộp thoại:

- Solver đã tìm ra giải pháp.
- Tất cả các điều kiện ràng buộc và điều kiện tối ưu hóa được thỏa mãn.

Nếu không tìm thấy 2 câu này thì có nghĩa Solver đã bị lỗi trong khi thực hiện tiến trình tối ưu hóa mô hình quy hoạch tuyến tính. Trong tình huống này có thể click "help" để tìm các thông tin bổ sung, thường là các thông tin khai báo không thỏa đáng trong hộp thoại Solver Parameters, hoặc xem lại những công thức trong mô hình bảng tính vì có thể vi phạm những quy tắc đã đề ra.

Nếu Solver hoàn tất công việc của mình thì thông điệp báo ra phải như hình ở trên và chọn "Keep Solver Solution" để nhận kết quả hoặc "Restore Original Values" để bỏ những kết quả mà Solver vừa tính toán và giữ nguyên giá trị biến số quyết định ban đầu trước khi Solver khởi động. Nếu chon "Keep Solver Solution" thì cũng có thể tùy chọn một trong ba loại Report, theo đó Solver sẽ tự động cho ra báo cáo tổng thể kết quả đạt được. Sau khi click "Answer" sẽ xuất hiện một báo cáo ở trong sheet riêng có tên là "Answer Report 1" nếu như tên này chưa được sử dụng trước đó, để có thể tự do định dạng, lưu lại hoặc in ra.

Microsoft Excel 16.66 Answer Report
Worksheet: [Book1]Sheet1
Report Created: 7/10/24 2:18:13 PM
Result: Solver found a solution. All constraints and optimality conditions are satisfied.
Solver Engine
Engine: Simplex LP
Solution Time: 856.448 Seconds.
Iterations: 1 Subproblems: 0
Solver Options
Max Time Unlimited, Iterations Unlimited, Precision 0.000001
Max Subproblems Unlimited, Max Integer Sols Unlimited, Integer Tolerance 1%, Solve Without Integer Constraints, Assume NonNegative

Objective Cell (Max)

Cell	Name	Original Value	Final Value
$G$7	Tổng số người đạt được Tổng số người tiếp cận	4150000	4150000

Variable Cells

Cell	Name	Original Value	Final Value	Integer
$D$2	Newspapers Số lượt quảng cáo (Decision)	10	10	Contin
$D$3	Radio Số lượt quảng cáo (Decision)	20	20	Contin
$D$4	Television Số lượt quảng cáo (Decision)	60	60	Contin
$D$5	Online Số lượt quảng cáo (Decision)	20	20	Contin

Constraints

Cell	Name	Cell Value	Formula	Status	Slack
$E$6	Tổng chi phí QC	100000	$E$6<=100000	Binding	0
$D$2	Newspapers Số lượt quảng cáo (Decision)	10	$D$2<=50	Not Binding	40
$D$2	Newspapers Số lượt quảng cáo (Decision)	10	$D$2>=10	Binding	0
$D$3	Radio Số lượt quảng cáo (Decision)	20	$D$3<=60	Not Binding	40
$D$3	Radio Số lượt quảng cáo (Decision)	20	$D$3>=20	Binding	0
$D$4	Television Số lượt quảng cáo (Decision)	60	$D$4<=100	Not Binding	40
$D$4	Television Số lượt quảng cáo (Decision)	60	$D$4>=30	Not Binding	30
$D$5	Online Số lượt quảng cáo (Decision)	20	$D$5<=150	Not Binding	130
$D$5	Online Số lượt quảng cáo (Decision)	20	$D$5>=20	Binding	0

Hình 3.15. Kết quả tối ưu hóa chiến dịch quảng cáo bằng Solver

Lưu ý các ô trong cột G phản ánh số dư số lượt quảng cáo thay đổi của các kênh theo các quyết định tối ưu. Nếu số dư là 0, khi đó Solver sẽ thông báo: "binding at Optimality" hoặc "binding" có nghĩa là giá trị vế trái bằng với giá trị vế phải của ràng buộc.

Mô hình bảng tính gốc lúc này sẽ xuất hiện như trong hình dưới đây, theo đó Solver ghi nhận giá trị tối ưu của biến số quyết định x_1 và x_2, x_3, x_4 tương ứng là 10, 20, 60,và 20 và số người tiếp cận tối đa từ chiến dịch marketing đạt được là 4.150.000 người.

Ghi chú diễn giải kết quả marketing

Kết quả tối ưu không chỉ là một bộ số x1, x2, x3, x4. Nhà quản lý cần diễn giải kế hoạch hành động: nên mua bao nhiêu quảng cáo ở từng kênh, tổng ngân sách sử dụng là bao nhiêu, ràng buộc nào đã sử dụng hết và ràng buộc nào còn dư. Nếu ràng buộc ngân sách có số dư bằng 0, điều đó cho thấy ngân sách là nguồn lực khan hiếm tại nghiệm tối ưu.

Media	Cost per Ad	Reach per Ad	Số lượt quảng cáo (Decision)	Tổng chi phí QC		Tổng số người tiếp cận
Newspapers	$2,000	15,000	10	20000		150000
Radio	$1,000	30,000	20	20000		600000
Television	$500	50,000	60	30000		3000000
Online	$1,500	20,000	20	30000		400000
				100000	Tổng chi phí	
					Tổng số người đạt được	4150000

"Cost per Ad" (chi phí mỗi quảng cáo) đề cập đến số tiền mà một công ty hoặc tổ chức phải chi trả để đăng hoặc phát một quảng cáo duy nhất trên một phương tiện truyền thông cụ thể.

"Reach per Ad" (số người tiếp cận mỗi quảng cáo) là khái niệm đề cập đến số lượng người hoặc hộ gia đình mà một quảng cáo cụ thể có thể tiếp cận được khi được phát trên một phương tiện truyền thông. Đây là một chỉ số quan trọng trong lĩnh vực quảng cáo và tiếp thị, giúp các nhà quản lý tiếp thị đánh giá hiệu quả của việc đầu tư vào các phương tiện truyền thông khác nhau.

Bạn không chỉ dừng lại với phần mềm Excel bạn có thể trải nghiệm cùng với các ứng dụng phần mềm khác để hiểu hơn bản chất của phương pháp quy hoạch tuyến tính này dưới đây là bản code mà bạn có thể sử dụng để giải quyết lại toán này trên ngôn ngữ Python trên môi trường VS Code:

```
# install pulp
import pulp
# Create the LP problem
lp_problem = pulp.LpProblem("Media_Selection", pulp.LpMaximize)
# Define decision variables
x1 = pulp.LpVariable("Newspapers_Ads", lowBound=10, upBound=50, cat='Integer')
x2 = pulp.LpVariable("Radio_Ads", lowBound=20, upBound=60, cat='Integer')
x3 = pulp.LpVariable("Television_Ads", lowBound=30, upBound=100, cat='Integer')
x4 = pulp.LpVariable("Online_Ads", lowBound=20, upBound=150, cat='Integer')

# Objective function
lp_problem += 15000 * x1 + 30000 * x2 + 50000 * x3 + 20000 * x4, "Total_Reach"

# Constraints
```

```
lp_problem += 2000 * x1 + 1000 * x2 + 500 * x3 + 1500 * x4 <= 100000, "Budget"
lp_problem += x1 >= 10, "Min_Newspapers_Ads"
lp_problem += x1 <= 50, "Max_Newspapers_Ads"
lp_problem += x2 >= 20, "Min_Radio_Ads"
lp_problem += x2 <= 60, "Max_Radio_Ads"
lp_problem += x3 >= 30, "Min_Television_Ads"
lp_problem += x3 <= 100, "Max_Television_Ads"
lp_problem += x4 >= 20, "Min_Online_Ads"
lp_problem += x4 <= 150, "Max_Online_Ads"

# Solve the problem
lp_problem.solve()

# Output results
print("Status:", pulp.LpStatus[lp_problem.status])
print("Number of Newspapers Ads:", pulp.value(x1))
print("Number of Radio Ads:", pulp.value(x2))
print("Number of Television Ads:", pulp.value(x3))
print("Number of Online Ads:", pulp.value(x4))
print("Total Reach:", pulp.value(lp_problem.objective))
```

Lý do sử dụng Integer:

Trong bài toán này, x1, x2, và x3 đại diện cho số lượng quảng cáo trên TV, Radio, và Online. Vì số lượng quảng cáo phải là số nguyên (không thể có 10.5 quảng cáo), chúng ta đặt các biến này thuộc loại Integer.

Result - Optimal solution found

```
Objective value:                4150000.00000000
```

```
Enumerated nodes:              0
Total iterations:              0
Time (CPU seconds):            0.00
Time (Wallclock seconds):      0.02
Option for printingOptions changed from normal to all
Total time (CPU seconds):      0.00
( Wallclock seconds):          0.03
Status: Optimal
Number of Newspapers Ads: 10.0
Number of Radio Ads: 20.0
Number of Television Ads: 60.0
Number of Online Ads: 20.0
Total Reach: 4150000.0
```

Bài toán marketing giúp người học thấy rõ cách tối ưu hóa ngân sách truyền thông. Kết quả tối ưu không chỉ cho biết số quảng cáo nên mua ở từng kênh, mà còn phản ánh mức độ hiệu quả tương đối giữa chi phí và khả năng tiếp cận. Tuy nhiên, trong thực tế, phạm vi tiếp cận không phải tiêu chí duy nhất; nhà quản lý còn cần cân nhắc chất lượng tiếp cận, mức độ trùng lặp người xem, độ phù hợp với khách hàng mục tiêu, tần suất quảng cáo và hiệu ứng bão hòa truyền thông.

Vì vậy, bài toán marketing trong chương có thể được dùng như bước khởi đầu để người học hiểu tối ưu hóa định lượng, sau đó mở rộng sang các tiêu chí phi định lượng. Đây là điểm quan trọng trong quản trị: mô hình giúp đề xuất phương án tốt theo dữ liệu đã cho, còn quyết định cuối cùng cần kết hợp thêm kinh nghiệm thị trường và chiến lược thương hiệu.

3.2.2. Tình huống ứng dụng trong lĩnh vực tài chính

Giả sử ngân hàng ABC muốn tối ưu hóa lợi nhuận từ việc quản lý các tài sản và nợ của mình. Ngân hàng cần đảm bảo rằng tại các thời điểm khác nhau trong tương lai, các dòng tiền vào từ tài sản sẽ đủ để chi trả cho các khoản nợ đáo hạn. Ngân hàng có ba tài sản (Asset 1 và Asset 2, Asset 3) và ba khoản nợ (Liability 1 và Liability 2, Liability 3). Mục tiêu là tối đa hóa lợi nhuận từ tài sản trong khi đảm bảo đáp ứng được các khoản nợ ở hai thời điểm khác nhau.

Dữ liệu: đơn vị tính là ngàn USD

❖ **Tài sản:**

- Tài sản 1: Lợi tức c_1=0.05 Dòng tiền vào thời điểm 1 là 100, dòng tiền vào thời điểm 2 là 50.
- Tài sản 2: Lợi tức c_2=0.06, Dòng tiền vào thời điểm 1 là 200, dòng tiền vào thời điểm 2 là 60.
- Tài sản 3: Lợi tức c_3=0.07, Dòng tiền vào thời điểm 1 là 300, dòng tiền vào thời điểm 2 là 70.

❖ **Nợ:**

- Nợ 1: Chi phí d_1=0.04, Dòng tiền ra thời điểm 1 là 80, dòng tiền ra thời điểm 2 là 40.
- Nợ 2: Chi phí d_2=0.05, Dòng tiền ra thời điểm 1 là 150, dòng tiền ra thời điểm 2 là 50.
- Nợ 3: Chi phí d_3=0.05, Dòng tiền ra thời điểm 1 là 200, dòng tiền ra thời điểm 2 là 60.

❖ **Vốn chủ sở hữu: E =100**

Hãy thiết lập và giải quyết bài toán lập trình tuyến tính?

a. Thiết lập vấn đề

❖ **Các biến số ra quyết định**

- x_i: số tiền đầu tư vào Tài sản i.
- yj : số tiền phải trả cho Nợ j.

❖ **Hàm mục tiêu**

Mục tiêu của bài toán này là tối ưu hóa quản lý tài sản - nợ (Asset-Liability Management - ALM) của một ngân hàng bằng cách sử dụng phương pháp lập trình tuyến tính (linear programming - LP). Cụ thể, chúng ta sẽ áp dụng LP để:

- Tối đa hóa Lợi nhuận: Xác định cách phân bổ tài sản (như vốn, khoản vay, các khoản đầu tư) sao cho tổng lợi nhuận đạt được là lớn nhất.
- Đảm bảo tuân thủ các ràng buộc: Bao gồm các ràng buộc về thanh khoản (cash flow) để đảm bảo rằng ngân hàng có đủ tiền mặt để chi trả các khoản nợ (liabilities) vào các thời điểm cụ thể.

- Tối ưu hóa cơ cấu vốn: Quyết định tỷ lệ giữa vốn chủ sở hữu và vốn vay để đảm bảo tính ổn định tài chính và tối ưu hóa lợi nhuận.
- Quản lý rủi ro: Phân bổ tài sản sao cho ngân hàng có thể chịu đựng được các biến động thị trường và rủi ro tài chính một cách hiệu quả.
- Tóm lại, hàm mục tiêu đó là ngân hàng nhằm mục đích tối đa hóa giá trị ròng của mình (tổng tài sản trừ đi tổng nợ phải trả).

Maximize Z = $\sum_{i=1}^{n} ci * xi$ **-** $\sum_{j=1}^{m} dj * yi$

trong đó c_i là lợi tức trên tài sản i và d_j là chi phí của nợ phải trả j.

❖ **Các ràng buộc của bài toán**

Ràng buộc dòng tiền: Đảm bảo rằng tại mỗi khoảng thời gian, dòng tiền vào từ tài sản đủ để đáp ứng dòng tiền ra cho các khoản nợ phải trả.

Cho mỗi khoảng thời gian t:

$$\sum_{i=1}^{n} ait * xi \geq \sum_{j=1}^{m} bjt * yj$$

trong đó ait là dòng tiền vào từ tài sản i tại thời điểm t, và bjt là dòng tiền ra cho khoản nợ phải trả j tại thời điểm t.

Ràng buộc Ngân sách: Tổng đầu tư vào tài sản phải bằng tổng nợ phải trả cộng với vốn chủ sở hữu của ngân hàng.

$$\sum_{i=1}^{n} xi = \sum_{j=1}^{m} yj + E$$

Trong đó E là vốn chủ sở hữu của ngân hàng

Ràng buộc Không âm

- $x_i \geq 0 \ \forall_i$
- $y_j \geq 0 \ \forall_j$

❖ **LP Model:**

Sử dụng dữ liệu trên, mô hình lập trình tuyến tính (LP) sẽ là:

Gọi:

- x_1 (số tiền đầu tư vào Tài sản 1)
- x_2 (số tiền đầu tư vào Tài sản 2)
- x_3 (số tiền đầu tư vào Tài sản 3)
- y_1 (số tiền phải trả cho Nợ 1)
- y_2 (số tiền phải trả cho Nợ 2)
- y_3 (số tiền phải trả cho Nợ 3)

Hàm mục tiêu

Maximize $Z = 0.05x_1 + 0.06x_2 + 0.07x_3 - 0.04y_1 - 0.05y_2 - 0.05y_3$

Các ràng buộc

- $150x_1 + 500x_2 + 300x_3 \geq 400y_1 + 400y_2 + 300y_3$
- $55x_1 + 60x_2 + 75x_3 \geq 40y_1 + 50y_2 + 60y_3$
- $x_1 + x_2 + x_3 = y_1 + y_2 + y_3 + 100$
- $x_1, x_2, x_3, y_1, y_2, y_3 \geq 0$

b. Thiết lập mô hình bảng tính

Từ các dữ liệu trên ta có thể dễ dàng thiết lập mô hình bảng tính cho Ngân hàng

Đơn vị: ngàn USD	**Asset 1**	**Asset 2**	**Asset 3**	**Liability 1**	**Liability 2**	**Liability 3**	
Lợi tức/Chi phí	0.05	0.06	0.07	-0.04	-0.05	-0.05	
Dòng tiền vào/ra thời điểm 1	150	500	300	400	400	300	
Dòng tiền vào/ra thời điểm 2	55	60	75	40	50	60	
Số tiền đầu tư/ trả nợ	?	?	?	?	?	?	
Dòng tiền vào/ra thời điểm 1	0			0			0
Dòng tiền vào/ra thời điểm 2	0			0			0
Ràng buộc ngân sách	#VALUE!			100			#VALUE!
Objective	0						

Hình 3.16. Mẫu bảng tính ban đầu cho bài toán quản lý tài sản - nợ

Như vậy là hệ số "?" là điều chúng ta cần tìm dựa trên các ràng buộc đã thiết lập ở trên theo dữ kiện của tình huống.

Chúng ta hãy thử giả định rằng số tiền đầu tư/trả nợ lần lượt là 5 cho tất cả cho 3 tài sản và 3 nợ tại ngân hàng thì điều gì sẽ xảy ra? Và liệu rằng điều đó đã là giải pháp tối ưu chưa ?

Đơn vị: ngàn USD	**Asset 1**	**Asset 2**	**Asset 3**	**Liability 1**	**Liability 2**	**Liability 3**	
Lợi tức/Chi phí	0.05	0.06	0.07	-0.04	-0.05	-0.05	
Dòng tiền vào/ra thời điểm 1	150	500	300	400	400	300	
Dòng tiền vào/ra thời điểm 2	55	60	75	40	50	60	
Số tiền đầu tư/ trả nợ	5	5	5	5	5	5	
Dòng tiền vào/ra thời điểm 1	4750			5500			-750
Dòng tiền vào/ra thời điểm 2	950			750			200
Ràng buộc ngân sách	15			115			-100
Objective	0.2						

Hình 3.17. Bảng tính kiểm tra phương án thử trong bài toán quản lý tài sản - nợ

Chắc chắn một điều là có thể dễ dàng nhìn thấy rằng các ràng buộc mà bài toán yêu cầu đều không đảm bảo được. Cho nên kết luận rằng điều các giải pháp chúng ta giả định chưa phải là giải pháp tối ưu mà ta mong muốn. Vậy có cách nào để tìm ra phương pháp tối ưu cho tình huống của mô hình bài toán quy hoạch tuyến tính này không? Để giải quyết vấn đề này, bạn có thể sử dụng các công cụ phần mềm như Excel Solver, R-studio, LINGO, hoặc Python với thư viện PuLP.

- **Tối ưu hóa bằng Solver**

Bạn hãy thực hiện đầy đủ các bước về kỹ thuật như ví dụ ở phần trên để chúng ta có được kết quả như hình dưới đây:

Đơn vị: ngàn USD	Asset 1	Asset 2	Asset 3	Liability 1	Liability 2	Liability 3	
Lợi tức/Chi phí	0.05	0.06	0.07	-0.04	-0.05	-0.05	
Dòng tiền vào/ra thời điểm 1	150	500	300	400	400	300	
Dòng tiền vào/ra thời điểm 2	55	60	75	40	50	60	
Số tiền đầu tư/ trả nợ	0	0	400	300	0	0	
Dòng tiền vào/ra thời điểm 1	120000			120000			0
Dòng tiền vào/ra thời điểm 2	30000			12000			18000
Ràng buộc ngân sách	400			400			0
Objective	16						

Hình 3.18. Kết quả Solver cho bài toán quản lý tài sản - nợ

Tương tự như vậy bạn không chỉ dừng lại với phần mềm Excel bạn có thể trải nghiệm cùng với các ứng dụng phần mềm khác để hiểu hơn bản chất của phương pháp quy hoạch tuyến tính này dưới đây là bản code mà bạn có thể sử dụng để giải quyết lại toán này trên ngôn ngữ Python trên môi trường VS Code:

```
import pulp


# Khởi tạo bài toán lập trình tuyến tính

prob = pulp.LpProblem("Asset_Liability_Management", pulp.LpMaximize)


# Khởi tạo các biến quyết định

x1 = pulp.LpVariable("x1", lowBound=0, cat='Continuous')

x2 = pulp.LpVariable("x2", lowBound=0, cat='Continuous')

x3 = pulp.LpVariable("x3", lowBound=0, cat='Continuous')

y1 = pulp.LpVariable("y1", lowBound=0, cat='Continuous')

y2 = pulp.LpVariable("y2", lowBound=0, cat='Continuous')
```

```python
y3 = pulp.LpVariable("y3", lowBound=0, cat='Continuous')

# Hàm mục tiêu:
prob += 0.05*x1 + 0.06*x2 + 0.07*x3  - 0.04*y1 - 0.05*y2 - 0.05*y3 , "Objective_Function"

# Ràng buộc dòng tiền vào/ra thời điểm 1
prob += 150*x1 + 500*x2 + 300*x3 >= 400*y1 + 400*y2 +300*y3, "Time_1_Cash_Flow"

# Ràng buộc dòng tiền vào/ra thời điểm 2
prob += 55*x1 + 60*x2 + 75*x3>= 40*y1 + 50*y2 + 60*y3, "Time_2_Cash_Flow"

# Ràng buộc ngân sách
prob += x1 + x2 + x3 <= y1 + y2 + y3 + 100, "Budget_Constraint"

# Giải quyết bài toán
prob.solve()

# Kết quả
print("Status:", pulp.LpStatus[prob.status])
print("Objective (Profit):", pulp.value(prob.objective))
print("x1:", x1.varValue)
print("x2:", x2.varValue)
print("x3:", x3.varValue)
print("y1:", y1.varValue)
print("y2:", y2.varValue)
print("y3:", y3.varValue)
```

[redacted]

Result - Optimal solution found

```
Status: Unbounded
Objective (Profit): 16.000000000000004
x1: 0.0
x2: 0.0
x3: 400.0
y1: 300.0
y2: 0.0
y3: 0.0
```

Ý nghĩa của kết quả:

Trạng thái kết quả: bản in ở trên báo "Status: Unbounded" (bài toán không bị chặn). Đây chính là dấu hiệu cần lưu ý: khi hàm mục tiêu là tối đa hóa và ràng buộc ngân sách ở dạng ≤ (cho phép đầu tư/vay không giới hạn), giá trị mục tiêu về lý thuyết có thể tăng vô hạn, nên chưa thể xem là một phương án tối ưu khả thi về mặt quản trị. Để mô hình có nghiệm tối ưu hữu hạn và có ý nghĩa, cần bổ sung các giới hạn trên cho biến đầu tư/vay (xem Ghi chú chỉnh lý mô hình tài chính ngay dưới đây).

Lợi nhuận tối đa là 16.0: Ngân hàng có thể đạt được lợi nhuận tối đa là 16 đơn vị tiền tệ (ngàn USD) khi thực hiện chiến lược này.

Chiến lược đầu tư:

Đầu tư 0 đơn vị tiền tệ vào Asset 1.

Đầu tư 0 đơn vị tiền tệ vào Asset 2.

Đầu tư 400 đơn vị tiền tệ vào Asset 3.

Chiến lược vay nợ:

Vay 300 đơn vị tiền tệ từ Liability 1.

Vay 0 đơn vị tiền tệ từ Liability 2.

Vay 0 đơn vị tiền tệ từ Liability 3.

Kết quả này cung cấp cho ngân hàng một kế hoạch cụ thể để tối đa hóa lợi nhuận, đồng thời đảm bảo các ràng buộc về dòng tiền vào/ra và ngân sách được thỏa mãn.

Gợi ý nâng cao khi áp dụng mô hình tài chính

Trong các bài toán tài chính, mô hình LP cần đặc biệt chú ý đến đơn vị đo, thời điểm dòng tiền và ý nghĩa kinh tế của biến nợ. Một lời giải có giá trị toán học chưa chắc đã hợp lý về tài chính nếu cho phép vay hoặc đầu tư vô hạn. Vì vậy, ngoài ràng buộc dòng tiền, nên bổ sung các giới hạn về quy mô tài sản, hạn mức vay, tỷ lệ an toàn vốn hoặc khẩu vị rủi ro.

Ghi chú chỉnh lý mô hình tài chính (cần quyết định của tác giả)

(1) Sai lệch hệ số so với dữ liệu đề bài. Phần dữ liệu nêu rõ: dòng tiền vào của ba tài sản ở thời điểm 1 là 100, 200, 300 và ở thời điểm 2 là 50, 60, 70; dòng tiền ra của ba khoản nợ ở thời điểm 1 là 80, 150, 200 và ở thời điểm 2 là 40, 50, 60. Tuy nhiên mô hình đại số, bảng tính (Hình 3.16–3.18) và đoạn mã Python lại dùng các hệ số 150, 500, 300 và 400, 400, 300 (thời điểm 1) cùng 55, 60, 75 (thời điểm 2) – không khớp với dữ liệu.

Nếu lấy dữ liệu đề bài làm chuẩn, hai ràng buộc dòng tiền đúng phải là: thời điểm 1: $100x_1 + 200x_2 + 300x_3 \geq 80y_1 + 150y_2 + 200y_3$; thời điểm 2: $50x_1 + 60x_2 + 70x_3 \geq 40y_1 + 50y_2 + 60y_3$.

(2) Ràng buộc ngân sách không nhất quán. Mô hình đại số viết dạng đẳng thức ($x_1 + x_2 + x_3 = y_1 + y_2 + y_3 + 100$), trong khi mã Python lại viết dạng $\leq$. Hai cách này cho miền nghiệm khác nhau và cần thống nhất.

(3) Trạng thái nghiệm mâu thuẫn. Bản in kết quả ghi đồng thời "Status: Unbounded" và giá trị mục tiêu 16,0; trong khi phần diễn giải lại ghi "Optimal". Về bản chất, mô hình tối đa hóa mà không đặt giới hạn trên cho biến đầu tư/vay sẽ không bị chặn. Đề nghị: bổ sung các ràng buộc giới hạn trên (ví dụ hạn mức từng tài sản, hạn mức vay tối đa) để mô hình có nghiệm tối ưu hữu hạn, sau đó giải lại và cập nhật đồng bộ Hình 3.16–3.18, đoạn mã Python và phần diễn giải kết quả.

Tình huống tài chính minh họa vai trò của quy hoạch tuyến tính trong quản lý tài sản - nợ. Về mặt quản trị, mục tiêu không chỉ là tối đa hóa lợi nhuận kế toán mà còn phải bảo đảm an toàn thanh khoản, giới hạn đòn bẩy và khả năng chịu rủi ro. Do đó, nếu mô hình cho phép vay hoặc đầu tư không giới hạn, kết quả có thể bị "không bị chặn" và không thể xem là khuyến nghị quản trị khả thi.

Khi sử dụng tình huống này để giảng dạy, nên yêu cầu người học bổ sung các ràng buộc thực tế như: hạn mức đầu tư vào từng tài sản, hạn mức vay tối đa, tỷ lệ vốn chủ sở hữu tối thiểu, yêu cầu dự trữ thanh khoản, hoặc giới hạn rủi ro theo loại tài sản. Đây là cách giúp người học hiểu rằng một mô hình tài chính tốt phải cân bằng giữa lợi nhuận, thanh khoản và rủi ro.

3.2.3. Tình huống ứng dụng trong lĩnh vực quản trị sản xuất

Bất kỳ công ty sản xuất hàng hóa muốn tối ưu hóa chi phí vận chuyển từ các nhà máy sản xuất đến các kho hàng. Đây là một bài toán cốt lõi nhất mà doanh nghiệp sản xuất hướng tới. Nếu bạn là một nhân viên trong công ty và nhiệm vụ của bạn liên quan đến vấn đề này thì bạn sẽ có xây dựng kế hoạch như thế nào? Bạn sẽ quyết định theo cảm tính của nhiệm vụ từng ngày hay là xây dựng nó trên một phương pháp tính toán cụ thể. Chúng ta hãy xét trường hợp dưới đây để xem xét và hiểu được ứng dụng thực tế của phương pháp tối ưu hoá dựa trên quy hoạch tuyến tính.

Giả sử Công ty T.A.M có 4 nhà máy và 4 kho hàng với các thông tin cụ thể như sau:

Công ty có nguồn cung từ nhà máy 1 có khả năng cung cấp 25 đơn vị hàng hoá và nhà máy 2 là 35, và nhà máy 3 là 30, và nhà máy 4 là 15. Nhu cầu tại 4 kho hàng lần lượt A - 15, B - 21, C - 15, D – 25 (đơn vị hàng hóa).

Chi phí vận chuyển (đơn vị tiền tệ):

- Từ Nhà máy 1 đến các kho hàng A, B, C, D lần lượt là 7, 5, 12, 9.
- Từ Nhà máy 2 đến các kho hàng A, B, C, D lần lượt là 10, 11, 8, 7.
- Từ Nhà máy 3 đến các kho hàng A, B, C, D lần lượt là 13, 9, 15, 5.
- Từ Nhà máy 4 đến các kho hàng A, B, C, D lần lượt là 15, 9, 12, 9.

Yêu cầu: Lập mô hình lập trình tuyến tính để xác định số lượng hàng hóa cần vận chuyển

từ mỗi nhà máy đến mỗi kho hàng sao cho tổng chi phí vận chuyển là thấp nhất.

a. Thiết lập vấn đề

Các biến số ra quyết định

Giả sử các ô biến quyết định x_{ij}: số đơn vị hàng hóa được vận chuyển từ Nhà máy i đến Kho hàng j.

Hàm mục tiêu

Hàm mục tiêu của bài toán này là tối thiểu hóa tổng chi phí vận chuyển từ các nhà máy đến các kho hàng. Hàm mục tiêu được xây dựng dựa trên chi phí vận chuyển và số lượng hàng hóa được vận chuyển giữa các nhà máy và kho hàng. Giả sử có m nhà máy và n kho hàng, hàm mục tiêu tổng quát có dạng.

Minimize

$$Z = \sum_{j=1}^{n} cij * xij$$

[Đính chính ký hiệu] Do bài toán có cả tập nhà máy i = 1, 2, …, m và tập kho hàng j = 1, 2, …, n, hàm mục tiêu tổng quát phải lấy tổng kép trên cả hai chỉ số: Z = ∑(theo i từ 1 đến m) ∑(theo j từ 1 đến n) $c_{ij} \cdot x_{ij}$. Cách viết chỉ với một dấu tổng theo j như trên là chưa đầy đủ.

Z là tổng chi phí vận chuyển cần tối thiểu hóa.

cij là chi phí vận chuyển một đơn vị hàng hóa từ nhà máy i đến kho hàng j

xij là số đơn vị hàng hóa được vận chuyển từ nhà máy i đến kho hàng j.

Các ràng buộc của bài toán

- Ràng buộc về nguồn cung: Tổng số hàng hóa vận chuyển từ mỗi nhà máy không vượt quá khả năng cung cấp của nhà máy đó.

$\sum_{j=1}^{n} Axij \leq S_i \ \forall i=1,2,\ldots,m$

Trong đó, S_i là nguồn cung cấp tại nhà máy i.

- Ràng buộc về nhu cầu: Tổng số hàng hóa nhận được tại mỗi kho hàng phải bằng nhu cầu của kho hàng đó.

$\sum_{i=1}^{m} A\,xij = D_j \ \forall j=1,2,\ldots,n$

Trong đó, D_j là nhu cầu tại kho hàng j.

- Ràng buộc không âm: Số lượng hàng hóa vận chuyển không thể là số âm.

$x_{ij} \geq 0$ ∀i =1,2,…,m và ∀j = 1,2,…,n

- **LP Model:**

Sử dụng dữ liệu trên, mô hình lập trình tuyến tính (LP) sẽ là:

Gọi:

+ x_{11} số đơn vị hàng hóa được vận chuyển từ Nhà máy 1 đến Kho hàng A.

+ x_{12} số đơn vị hàng hóa được vận chuyển từ Nhà máy 1 đến Kho hàng B.

+ x_{13} số đơn vị hàng hóa được vận chuyển từ Nhà máy 1 đến Kho hàng C.

+ x_{14} số đơn vị hàng hóa được vận chuyển từ Nhà máy 1 đến Kho hàng D.

+ x_{21} số đơn vị hàng hóa được vận chuyển từ Nhà máy 2 đến Kho hàng A.

+ x_{22} số đơn vị hàng hóa được vận chuyển từ Nhà máy 2 đến Kho hàng B.

+ x_{23} số đơn vị hàng hóa được vận chuyển từ Nhà máy 2 đến Kho hàng C.

+ x_{24} số đơn vị hàng hóa được vận chuyển từ Nhà máy 2 đến Kho hàng D.

+ x_{31} số đơn vị hàng hóa được vận chuyển từ Nhà máy 3 đến Kho hàng A.

+ x_{32} số đơn vị hàng hóa được vận chuyển từ Nhà máy 3 đến Kho hàng B.

+ x_{33} số đơn vị hàng hóa được vận chuyển từ Nhà máy 3 đến Kho hàng C.

+ x_{34} số đơn vị hàng hóa được vận chuyển từ Nhà máy 3 đến Kho hàng D.

+ x_{41} số đơn vị hàng hóa được vận chuyển từ Nhà máy 4 đến Kho hàng A.

+ x_{42} số đơn vị hàng hóa được vận chuyển từ Nhà máy 4 đến Kho hàng B.

+ x_{43} số đơn vị hàng hóa được vận chuyển từ Nhà máy 4 đến Kho hàng C.

+ x_{44} số đơn vị hàng hóa được vận chuyển từ Nhà máy 4 đến Kho hàng D.

Hàm mục tiêu

Minimize Z $= (7x_{11} + 5x_{12} + 12x_{13} + 9x_{14}) + (10x_{21} + 11x_{22} + 8x_{23} + 7x_{24}) + (13x_{31} + 9x_{32} + 15x_{33} + 5x_{34}) + (15x_{41} + 9x_{42} + 12x_{43} + 9x_{44})$

Các ràng buộc

Ràng buộc về cung cấp từ các nhà máy:

+ $x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} \leq 25$

+ $x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} \leq 35$

+ $x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} \leq 30$

+ $x_{41} + x_{42} + x_{43} + x_{44} \leq 15$

Ràng buộc về nhu cầu tại các kho hàng:

+ $X_{11} + x_{21} + x_{31} + x_{41} = 15$

+ $X_{12} + x_{22} + x_{32} + x_{42} = 21$

+ $X_{13} + x_{23} + x_{33} + x_{43} = 15$

$+X_{14} + x_{24} + x_{34} + x_{44} = 25$

Ràng buộc không âm

$$x_{ij} \geq 0 \ \forall i = 1, 2, 3, 4 \ \text{ và } \forall j = 1, 2, 3, 4$$

(chú ý rằng tất cả các ràng buộc đều phải xảy ra)

b. Thiết lập mô hình bảng tính

Từ các dữ liệu trên ta có thể dễ dàng thiết lập mô hình bảng tính

	Nhà Kho A	Nhà Kho B	Nhà Kho C	Nhà Kho D	Nguồn cung
Nhà máy 1	7.00	5.00	12.00	9.00	25.00
Nhà máy 2	10.00	11.00	8.00	7.00	35.00
Nhà máy 3	13.00	9.00	15.00	5.00	30.00
Nhà máy 4	15.00	9.00	12.00	9.00	15.00
Nhu cầu tại các kho hàng	15.00	21.00	15.00	25.00	
	A	B	C	D	Tổng số đơn vị hàng hóa vận chuyển từ Nhà máy
Nhà máy 1	?	?	?	?	0.00
Nhà máy 2	?	?	?	?	0.00
Nhà máy 3	?	?	?	?	0.00
Nhà máy 4	?	?	?	?	0.00
Tổng số đơn vị hàng hóa nhận được tại Kho hàng	0.00	0.00	0.00	0.00	
Tổng chi phí vận chuyển	0.00				
	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

Hình 3.19. Mẫu bảng tính ban đầu cho bài toán vận tải

Như vậy là hệ số "?" là điều chúng ta cần tìm dựa trên các ràng buộc đã thiết lập ở trên theo dữ kiện của tình huống.

Chúng ta hãy thử giả định rằng số đơn vị hàng hóa được vận chuyển từ 4 Nhà máy đến 4 kho hàng lần lượt là 5 cho tất cả cho thì **điều gì sẽ xảy ra**? Thật đơn giản là chúng ta sẽ rất dễ dàng biết được tổng chi phí vận chuyển. nhưng liệu rằng điều đó đã là giải pháp tối ưu chưa?

	Nhà Kho A	**Nhà Kho B**	**Nhà Kho C**	**Nhà Kho D**	**Nguồn cung**
Nhà máy 1	7.00	5.00	12.00	9.00	25.00
Nhà máy 2	10.00	11.00	8.00	7.00	35.00
Nhà máy 3	13.00	9.00	15.00	5.00	30.00
Nhà máy 4	15.00	9.00	12.00	9.00	15.00
Nhu cầu tại các kho hàng	15.00	21.00	15.00	25.00	
	A	**B**	**C**	**D**	**Tổng số đơn vị hàng hóa vận chuyển từ Nhà máy**
Nhà máy 1	5.00	5.00	5.00	5.00	20.00
Nhà máy 2	5.00	5.00	5.00	5.00	20.00
Nhà máy 3	5.00	5.00	5.00	5.00	20.00
Nhà máy 4	5.00	5.00	5.00	5.00	20.00
Tổng số đơn vị hàng hóa nhận được tại Kho hàng	20.00	20.00	20.00	20.00	
Tổng chi phí vận chuyển	780.00				

	165.00	180.00	210.00	225.00	780.00

Hình 3.20. Bảng tính kiểm tra phương án thử trong bài toán vận tải

Chắc chắn một điều là có thể dễ dàng nhìn thấy rằng các ràng buộc mà bài toán yêu cầu đều không đảm bảo được. Cho nên kết luận rằng điều các giải pháp chúng ta giả định chưa phải là giải pháp tối ưu mà ta mong muốn. Vậy có cách nào đề tìm ra phương pháp tối ưu cho tình huống của mô hình bài toán quy hoạch tuyến tính này không? Để giải quyết vấn đề này, bạn có thể sử dụng các công cụ phần mềm như Excel Solver, R-studio, LINGO, hoặc Python với thư viện PuLP.

c. Tối ưu hóa bằng Solver

Bạn hãy thực hiện đầy đủ các bước về kỹ thuật như ví dụ ở phần trên để chúng ta có được kết quả như hình dưới đây:

	Nhà Kho A	**Nhà Kho B**	**Nhà Kho C**	**Nhà Kho D**	**Nguồn cung**
Nhà máy 1	7.00	5.00	12.00	9.00	25.00
Nhà máy 2	10.00	11.00	8.00	7.00	35.00
Nhà máy 3	13.00	9.00	15.00	5.00	30.00
Nhà máy 4	15.00	9.00	12.00	9.00	15.00
Nhu cầu tại các kho hàng	15.00	21.00	15.00	25.00	
	A	**B**	**C**	**D**	**Tổng số đơn vị hàng hóa vận chuyển từ Nhà máy**
Nhà máy 1	4.00	21.00	0.00	0.00	25.00
Nhà máy 2	11.00	0.00	15.00	0.00	26.00

Nhà máy 3	0.00	0.00	0.00	25.00	25.00
Nhà máy 4	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Tổng số đơn vị hàng hóa nhận được tại Kho hàng	15.00	21.00	15.00	25.00	
Tổng chi phí vận chuyển	488.00				

Hình 3.21. Kết quả tối ưu của bài toán vận tải bằng Solver

Tương tự như vậy bạn không chỉ dừng lại với phần mềm Excel bạn có thể trải nghiệm cùng với các ứng dụng phần mềm khác để hiểu hơn bản chất của phương pháp quy hoạch tuyến tính này dưới đây là bản code mà bạn có thể sử dụng để giải quyết lại toán này trên ngôn ngữ Python trên môi trường VS Code:

```
import pulp

    # Dữ liệu
    supply = [25, 35, 30, 15]
    demand = [15, 21, 15, 25]
    costs = [
        [7, 5, 12, 9],
        [10, 11, 8, 7],
        [13, 9, 15, 5],
        [15, 9, 12, 9]
    ]

    # Tên các nhà máy và kho hàng
    warehouses = ['A', 'B', 'C', 'D']
    factories = ['NM1', 'NM2', 'NM3', 'NM4']
```

```
# Số nhà máy và kho hàng
num_factories = len(factories)
num_warehouses = len(warehouses)

# Tạo bài toán tối ưu hóa
prob = pulp.LpProblem("Transportation_Problem", pulp.LpMinimize)

# Tạo biến quyết định
decision_vars = [[pulp.LpVariable(f"x_{i}_{j}", lowBound=0, cat='Continuous') for j in
range(num_warehouses)] for i in range(num_factories)]

# Hàm mục tiêu
prob += pulp.lpSum([costs[i][j] * decision_vars[i][j] for i in range(num_factories) for j in
range(num_warehouses)])

# Ràng buộc nguồn cung
for i in range(num_factories):
    prob += pulp.lpSum([decision_vars[i][j] for j in range(num_warehouses)]) <= supply[i],
f"Supply_Constraint_{factories[i]}"

# Ràng buộc nhu cầu
for j in range(num_warehouses):
    prob += pulp.lpSum([decision_vars[i][j] for i in range(num_factories)]) == demand[j],
f"Demand_Constraint_{warehouses[j]}"

# Giải bài toán
prob.solve()
```

```python
# In kết quả
print(f"Status: {pulp.LpStatus[prob.status]}")
print(f"Total Cost = {pulp.value(prob.objective)}")

for i in range(num_factories):
    for j in range(num_warehouses):
        print(f"Transport from {factories[i]} to {warehouses[j]}: {decision_vars[i][j].varValue} units")
```

Result - Optimal solution found

```
Status: Optimal
Total Cost = 488.0
Transport from NM1 to A: 4.0 units
Transport from NM1 to B: 21.0 units
Transport from NM1 to C: 0.0 units
Transport from NM1 to D: 0.0 units
Transport from NM2 to A: 11.0 units
Transport from NM2 to B: 0.0 units
Transport from NM2 to C: 15.0 units
Transport from NM2 to D: 0.0 units
Transport from NM3 to A: 0.0 units
Transport from NM3 to B: 0.0 units
Transport from NM3 to C: 0.0 units
Transport from NM3 to D: 25.0 units
Transport from NM4 to A: 0.0 units
```

Transport from NM4 to B: 0.0 units

Transport from NM4 to C: 0.0 units

Transport from NM4 to D: 0.0 units

Phân phối hàng hóa:

- Transport from NM1 to A: 4.0 units: 4 hàng hóa được vận chuyển từ NM1 đến kho A.
- Transport from NM1 to B: 21.0 units: 21 đơn vị hàng hóa được vận chuyển từ NM1 đến kho B.
- Transport from NM2 to A: 11.0 units: 11 đơn vị hàng hóa được vận chuyển từ NM2 đến kho A.
- Transport from NM2 to C: 15.0 units: 15 đơn vị hàng hóa được vận chuyển từ NM2 đến kho C.
- Transport from NM3 to D: 25.0 units: 25 đơn vị hàng hóa được vận chuyển từ NM3 đến kho D.

các tuyến còn lại là không nên có hàng hoá chuyển tới

Ý nghĩa của kết quả:

Total Cost = 488: Đây là tổng chi phí vận chuyển tối thiểu để đáp ứng nhu cầu tại tất cả các kho hàng.

Ghi chú chỉnh lý về kết quả bài toán vận tải

Trong phần diễn giải bài toán vận tải, bảng kết quả và mã Python cho thấy tổng chi phí tối thiểu là 488 đơn vị tiền tệ. Nếu văn bản có dòng ghi tổng chi phí là 800 thì nên hiểu đây là lỗi diễn giải cần chỉnh khi giảng dạy; kết quả nhất quán với bảng Solver/Python là 488. Ngoài ra, tổng nguồn cung lớn hơn tổng nhu cầu nên mô hình cho phép một phần nguồn cung không được sử dụng, miễn là mọi nhu cầu tại các kho đều được đáp ứng.

Kết quả bài toán vận tải và phân phối cho thấy tổng chi phí vận chuyển tối thiểu là 488 đơn vị tiền tệ. Tất cả các ràng buộc về nguồn cung và nhu cầu đều được thỏa mãn, và giải pháp tối ưu đã được tìm thấy với việc phân phối hàng hóa từ các nhà máy đến các kho hàng theo cách tiết kiệm chi phí nhất.

Bài toán vận tải là ví dụ điển hình của tối thiểu hóa chi phí trong chuỗi cung ứng. Ý nghĩa quản trị của nghiệm tối ưu là xác định tuyến vận chuyển nào nên sử dụng, mỗi tuyến nên vận chuyển bao nhiêu và tổng chi phí thấp nhất là bao nhiêu. Các tuyến có giá trị bằng 0 không nhất thiết là tuyến "không thể dùng", mà là tuyến không được chọn trong phương án tối ưu với dữ liệu hiện tại.

Trong bối cảnh tổng nguồn cung lớn hơn tổng nhu cầu, mô hình cho phép một phần năng lực cung ứng không được sử dụng. Đây là thông tin quản trị quan trọng: doanh nghiệp có dư năng lực sản xuất hoặc vận chuyển, và có thể xem xét mở rộng thị trường, điều chỉnh kế hoạch sản xuất, hoặc tối ưu lại mạng lưới phân phối nếu tình trạng dư thừa kéo dài.

Đọc thêm

Lấy ví dụ công ty C:

Để có thể đưa ra các quyết định cần phải xem xét các nhân tố chính sau đây:

1. Số sản phẩm được sản xuất và tiêu thụ trong một tuần và phần bù định phí đơn vị (giá bán trừ biến phí đơn vị) tuần tới là 56$ cho SP1 và 40$ cho SP2.

2. Để lắp ráp một chiếc ghế cần các phụ tùng g1, g2, g3, g4 và số lượng các phụ tùng này trong kho có giới hạn và không thể tăng thêm.

3. Dự trữ phụ tùng cho kế hoạch sản xuất trong tuần tới là: phụ tùng g1 là 1.280 và phụ tùng g2 là 1.600. SP1 sử dụng 8 g1 và 4 g2, SP2 sử dụng 4 g1 và 12 g2.

4. Tồn kho chân ghế là 760 đơn vị. Mỗi chiếc ghế cần 4 chân ghế.

5. Tồn kho phụ tùng g3 và g4 lần lượt là 140 và 120 đơn vị. Mỗi SP1 cần 1 g3 và mỗi SP2 cần 1 g4.

6. Theo hợp đồng thì tổng số lượng sản phẩm sản xuất trong tuần không được thấp hơn 100 sản phẩm.

Dựa vào các thông số trên, công ty C cần phải tính toán số lượng SP1 và SP2 cần phải sản xuất là bao nhiêu cho tuần tới. Đứng dưới góc độ của mô hình, bạn cần phải tìm kiếm một kết hợp tối ưu SP1 và SP2 được sản xuất ra hay còn gọi là kế hoạch sản xuất tối ưu. Chúng ta sẽ xem xét tình huống ví dụ này để có thể diễn đạt trước hết dưới dạng các công thức tối ưu như thế nào. Cụ thể như là quy hoạch tuyến tính và sau đó như là mô hình tối ưu hóa bằng Excel. Vì vậy để thực hiện những nội dung này chúng ta phải xác định các điều kiện ràng buộc và hàm mục tiêu.

Bảng 3.1. Tóm tắt tổng quát các nhân tố

Loại phụ tùng	SP1	SP2	Tồn kho đầu kỳ
g1	8	4	1280
g2	4	12	1600
chân ghế	4	4	760
g3	1	0	140
g4	0	1	120

Các điều kiện ràng buộc:

Đối với ví dụ này chúng ta có các ràng buộc sau:

Gọi x_1, x_2 lần lượt là số lượng SP1 và SP2 được sản xuất.

Số lượng g1 = $8x_1 + 4x_2$

Với tổng số phụ tùng có sẵn trong kho là 1280, ta có điều kiện ràng buộc:

$$8x_1 + 4x_2 \leq 1280 \quad (2.1)$$

Con số 1280 được gọi là vế phải của bất đẳng thức. Vế trái của bất đẳng thức rõ ràng là được dựa trên x_1, x_2 và được gọi là hàm ràng buộc.

Mỗi một SP1 sử dụng 4 phụ tùng g2 và mỗi một SP2 sử dụng 12 phụ tùng g2 và số lượng phụ tùng g2 có sẵn trong kho là 1600 đơn vị, ta có hàm ràng buộc thứ 2 theo đó x_1, x_2 thỏa mãn:

$$4x_1 + 12x_2 \leq 1600 \quad (2.2)$$

Tổng số sản phẩm sản xuất không được nhỏ hơn 100 ta có ràng buộc thứ 3:

$$x_1 + x_2 \geq 100 \quad (2.3)$$

Mỗi 1 sản phẩm 1 và sản phẩm 2 sử dụng 4 chân ghế, do đó hàm ràng buộc thứ 4:

$$4x_1 + 4x_2 \leq 760 \quad (2.4)$$

Mỗi 1 SP1 yêu cầu sử dụng 1 phụ tùng g3 và mỗi một SP2 yêu cầu sử dụng 1 phụ tùng g4, vậy ta có hàm ràng buộc thứ 5 như sau:

$$x_1 \leq 140 \text{ và } x_2 \leq 120 \quad (2.5)$$

Về mặt thực tiễn, số lượng sản phẩm 1 và sản phẩm 2 sản xuất ra không thể là số âm, do vậy ta có hàm ràng buộc thứ 6:

$$x_1 \geq 0 \text{ và } x_2 \geq 0 \quad (2.6)$$

Tóm lại từ ví dụ của công ty C cho ở trên, chúng ta xây dựng được các điều kiện ràng buộc như sau:

$8x_1 + 4x_2 \leq 1280$ (2.1)

$4x_1 + 12x_2 \leq 1600$ (2.2)

$x_1 + x_2 \geq 100$ (2.3)

$4x_1 + 4x_2 \leq 760$ (2.4)

$x_1 \leq 140$ và $x_2 \leq 120$ (2.5)

$x_1 \geq 0$ và $x_2 \geq 0$ (2.6)

Đánh giá biến số ra quyết định:

Trong mô hình trước đây, việc đưa ra các quyết định của mô hình chính là việc lựa chọn các cặp trị (x_1, x_2). x_1, x_2 còn được gọi là các biến số ra quyết định bởi vì đây là những thông số định lượng tối ưu mà công ty đang tìm kiếm. Ví dụ $x_1 = 6$; $x_2 = 5$ có nghĩa rằng quyết định sản xuất sản phẩm 1 là 6 đơn vị và sản xuất sản phẩm 2 là 5 đơn vị. Kết quả này chỉ thỏa mãn ràng buộc 2.1; 2.2; 2.4; 2.5; 2.6 nhưng không thỏa mãn ràng buộc 2.3.

Như vậy quyết định lựa chọn kết hợp $x_1 = 6$ và $x_2 = 5$ là không khả thi vì nó vi phạm ràng buộc 2.3. Sẽ có rất nhiều các cặp giá trị (x_1, x_2) được lựa chọn sẽ vi phạm một trong số các ràng buộc và sẽ có một số cặp giá trị (x_1, x_2) thỏa mãn tất cả các ràng buộc. Và những lựa chọn hay những quyết định như vậy gọi là quyết định khả thi.

Hàm mục tiêu:

Trong tất cả các quyết định có thể orc phép hay quyết định khả thi thì quyết định nào nên được lựa chọn? Như đã lưu ý trước đây, tất cả các mô hình quy hoạch tuyến tính đều có một hàm mục tiêu và quyết định ràng buộc. Trong ví dụ này, công ty C có mục tiêu tối đa hóa lợi nhuận và mục tiêu là kết hợp 2 mục tiêu thành phần:

1. Tổng phần bù định phí đạt được từ doanh số SP1.

2. Tổng phần bù định phí đạt được từ doanh số SP2.

Trong ví dụ này, phần bù định phí đơn vị của SP1 là 56$ và của SP2 là 40$. Chúng ta có hàm mục tiêu sau:

$56x_1 + 40x_2$ = tổng phần bù định phí (2.7)

Lưu ý rằng khi mục tiêu tối đa hóa lợi nhuận chỉ phụ thuộc vào mức doanh số đạt được thì điều duy nhất có thể làm là xác định mức doanh số tối đa phù hợp với các điều kiện ràng buộc. Còn mục tiêu tối đa hóa lợi nhuận chỉ phụ thuộc vào tổng biến phí thì tất cả những điều có thể làm là tối thiểu hóa chi phí sản xuất. Tuy nhiên trong ví dụ của chúng ta, cả hai thông số doanh thu và biến phí đều có ảnh hưởng đến lợi nhuận đạt được, do vậy mục tiêu của chúng ta bây giờ sẽ là tối đa hóa phần bù định phí hơn là tối đa hóa doanh số trong việc tìm kiếm lợi nhuận cao nhất.

Giải pháp tối ưu:

Trong số những quyết định khả thi, sẽ có một quyết định mang lại tổng phần bù định phí lớn nhất và nó được gọi là giải pháp cho mô hình công ty C hay thường gọi là một giải pháp tối ưu. Do đó chúng ta tìm kiếm một quyết định sẽ tối đa hóa phần bù định phí hàng tuần trong số quyết định khả thi. Những quyết định như vậy được gọi là quyết định tối ưu. Do tổng phần bù định phí là một hàm số theo biến x_1 và x_2, chúng ta xem sự diễn đạt $56x_1 + 40x_2$ như là một hàm mục tiêu và điều mà chúng ta cần làm là tìm giá trị khả thi x_1 và x_2 tối ưu hóa (trong ví dụ này là tối đa hóa) hàm mục tiêu. Khi đó, mục tiêu của chúng ta, theo mô hình lượng hóa, được viết như sau:

$56x_1 + 40x_2 \rightarrow \max$ (2.8)

Hàm mục tiêu được tối đa hóa chỉ trong phạm vi các giá trị của quyết định khả thi.

Quan sát mô hình của công ty C

Chúng ta có mô hình của công ty C bây giờ như sau:

$56x_1 + 40x_2$	$\rightarrow$	max	(hàm mục tiêu)
$8x_1 + 4x_2$	$\leq$	1280	(giới hạn phụ tụng g1)
$4x_1 + 12x_2$	$\leq$	1600	(giới hạn phụ tụng g2)
$x_1 + x_2$	$\geq$	100	(giới hạn số lượng SP sản xuất ra)
$4x_1 + 4x_2$	$\leq$	760	(giới hạn số lượng chân ghế)
$x_1 \leq 140$ và x_2	$\leq$	120	(giới hạn phụ tùng g3 và g4)
$x_1 \geq 0$ và x_2	$\geq$	0	(điều kiện số thực không âm)

Lưu ý rằng trong mô hình ở trên, tất cả các hàm ràng buộc và hàm mục tiêu đều là những hàm tuyến tính theo hai biến số quyết định. Và như vậy đồ thị biểu diễn của những hàm này sẽ là những đường thẳng. Nói chung hàm tuyến tính là một hàm mà các biến số của nó không có số mũ lớn hơn 1, không là dạng tích số hay phân số các biến số với nhau, dạng hàm mũ, dạng logarit, hay dạng lượng giác.

Đứng về phương diện toán học, các hàm số phi tuyến được giải quyết khó khăn hơn. Trong các ứng dụng, sức mạnh của mô hình tuyến tính từ sự đơn giản hóa các mối quan hệ tuyến tính (phương trình hoặc bất phương trình) và từ thực tế là mô hình tuyến tính được sử dụng nhiều trong các ứng dụng thực tiễn khi mà các nhà quản lý chỉ có một chút hoặc thậm chí không có chút nào kiến thức nền tảng toán học. Đối với mô hình được gọi là tuyến tính, các yếu tố quan trọng cần được ghi nhớ là:

1. Một mô hình tuyến tính luôn luôn có hàm mục tiêu (tối đa hóa hoặc tối thiểu hóa) và các điều kiện ràng buộc.

2. Tất cả các hàm số của bài toán (trong mục tiêu và trong các ràng buộc) đều là những hàm số tuyến tính.

Các cân nhắc về số nguyên:

Trường hợp khi các biến số ra quyết định phải là những số nguyên, chúng ta cân nhắc một trong bốn trường hợp sau:

1. Bổ sung điều kiện số nguyên cho mô hình quy hoạch tuyến tính và điều này sẽ buộc một hoặc nhiều biến số ra quyết định phải là những số nguyên. Mô hình này được gọi là mô hình tối ưu hóa số nguyên hay quy hoạch số nguyên.

2. Cách thức giải quyết mô hình tương tự như cách thức giải mô hình quy hoạch tuyến tính và điều này sẽ thông thường, chỉ khác sau đó ta làm tròn (chẳng hạn lấy số nguyên gần nhất). Trong nhiều trường hợp giải pháp đơn giản này có thể là giải pháp không tối ưu.

3. Xem xét ví dụ của công ty C: chẳng hạn nếu đáp số tối ưu là 70,5 SP1 và 80,25 SP2 có thể được hiểu như sau: (1) bán 70 SP1một tuần và để lại 0,5 SP1 như là sản phẩm dở dang và sẽ được hoàn tất vào tuần sau; và (2) bán 71 SP1 cho tuần sau. Tương tự sản xuất 80,25 SP2/tuần nhưng chỉ bán 80 SP2/tuần và để lại 0,25 SP2 như là sản phẩm dở dang.

4. Kết quả mô hình công ty C xem như là dùng cho mục đích hoạch định và không là quyết định hoạt động, kết quả mô hình chỉ mang tính hướng dẫn cho việc đưa ra quyết định cuối cùng và đây là điều cần thiết khi mà nhiều tính huống trong thế giới thực không thể đưa ra quyết định bằng các mô hình quy hoạch tuyến tính. Trong thực tiễn tất cả các cách tiếp cận trên đều có thể được chấp nhận.

Nghệ thuật lập công thức cho mô hình quy hoạch tuyến tính

Khi chuyển các tính huống quản trị vào trong mô hình lượng hóa chúng ta nên tiếp cận theo các bước sau:

1. Diễn đạt mục tiêu bằng từ ngữ và đo lường kết quả thực hiện của hàm mục tiêu.

2. Diễn đạt bằng từ ngữ mỗi một ràng buộc, xác lập các yêu cầu của từng ràng buộc một cách cẩn trọng theo đó những yêu cầu này là ≥; ≤ hay =

Khi đó bước 1 và 2 cho phép chúng ta:

3. Xác định các biến số ra quyết định.

Một điều rất quan trọng là các biến số ra quyết định cần được xác định chính xác. Đôi lúc bạn cảm thấy rằng có một vài khả năng chọn lựa. Ví dụ, bạn nên diễn đạt mỗi một ràng buộc bằng những ký hiệu theo biến số ra quyết định, diễn đạt mỗi một hàm mục tiêu bằng những ký hiệu theo biến số ra quyết định.

Chi phí biến đổi so với chi phí chìm

Trong thực tiễn có 2 loại chi phí: những chi phí chìm và chi phí biến đổi. Chi phí chìm không được đưa vào mô hình tối ưu, chỉ có chi phí biến đổi là có liên quan đến mô hình tối ưu.

Chi phí chìm là những chi phí đã bỏ ra và những quyết định trong tương lai không thể tác động hay sửa đổi được gì đối với những chi phí đã bỏ ra này. Ví dụ giả định rằng một công ty trước đây đã mua 800 kg nhôm loại 2 và 500 kg nhôm loại 1 với giá tại thời điểm mua là 5$ và 10$/kg. Hiện tại công ty sử dụng số nhôm này để sản xuất 2 loại SP A và SP B. Vấn đề là sử dụng số nhôm này như thế nào cho tối ưu, tối đa hóa lợi nhuận khi sử dụng 1300 kg nhôm này để sản xuất SP A và SP B. Trong công thức của mô hình này, số tiền đã bỏ ra mua (9000$) số nhôm trên là chi phí chìm và nó không được đề cập gì đến vì đây là chi phí đã được chi tiêu, do đó số lượng đã được mua này không còn là biến số ra quyết định nữa. Bến số ra quyết định lúc này là bao nhiêu SP A và SP B nên được sản xuất và chi phí có liên quan bây giờ chỉ còn là chi phí sản xuất A và B.

Gọi K là số SP A được sản xuất (biến số ra quyết định).

Gọi C là số SP B được sản xuất (biến số ra quyết định).

Giá bán SP A = 10$

Giá bán SP B = 30$

Chi phí sản xuất A = 4$ (Chi phí biến đổi)

Chi phí sản xuất B = 12$ (Chi phí biến đổi)

Phần bù định phí của SP A = 10$ - 4$ = 6$

Phần bù định phí của SP B = 30$ - 12$ = 18$

Giả định rằng SP A sử dụng 1 kg nhôm loại 2 và 2 kg nhôm loại 1. SP B sử dụng 3 kg nhôm loại 2 và 5 kg nhôm loại 1.

Chúng ta có mô hình lượng hóa dưới dạng bài toán quy hoạch tuyến tính như sau:

$6K + 18C \quad \rightarrow \quad \max$

$K + 2C \quad \leq \quad 800$

$2K + 5C \leq 500$

$K \geq 0; \quad C \geq 0$

Ta có chi phí chìm là 9000$, là chi phí bỏ ra để mua nguyên vật liệu nhôm trước đây. Vậy: Lợi nhuận ròng = 6K + 18C – 9000

Tìm giá trị khả thi của K và C sao cho 6K + 18C – 9000 → max cũng tương tự như tìm giá trị khả thi của K và C sao cho 6K + 18C → max, do vậy hằng số 9000 có thể được bỏ qua.

Tóm lại chi phí chìm chỉ có tác động trên các báo cáo thu nhập của kế toán và không có vai trò gì trong việc lựa chọn các biến số quyết định bởi vì bản thân các chi phí này không có liên quan gì đến các quyết định trong tương lai, chủ đề chính của mô hình. Rõ ràng là không có vấn đề gì khi bạn loại bỏ chi phí chìm này ra khỏi hàm mục tiêu trong mô hình. Tuy nhiên sẽ có sự khác biệt nếu có sự phân bổ chi phí chìm vào hoạt động sản xuất sản phẩm A và B và nếu sự phân bổ đó liên quan đến việc điều chỉnh các hệ số biến phí trong mô hình thay vì chỉ đơn giản là trừ tổng chi phí phân bổ ra khỏi tổng chi phí.

Thiết lập mô hình bảng tính cho công ty C

Quay trở lại ví dụ về mô hình đơn giản của công ty C, bạn cần sắp xếp các hàm ràng buộc theo cùng loại bất đẳng thức với nhau vì điều này sẽ làm cho việc sử dụng Solver được thuận lợi hơn. Ta có:

$56x_1 + 40x_2 \rightarrow \max$ (hàm mục tiêu)

Điều kiện ràng buộc:

$8x_1 + 4x_2 \leq 1280$ (giới hạn phụ tụng g1)

$4x_1 + 12x_2 \leq 1600$ (giới hạn phụ tụng g2)

$4x_1 + 4x_2 \leq 760$ (giới hạn số lượng chân ghế)

$x_1 \leq 140$ (giới hạn phụ tùng g3)

$x_2 \leq 120$ (giới hạn phụ tùng g4)

$x_1 + x_2 \geq 100$ (giới hạn số lượng SP sản xuất ra)

$x_1 \geq 0$ và $x_2 \geq 0$ (điều kiện số thực không âm)

Với:

x_1 là số lượng SP1 được sản xuất.

x_2 là số lượng SP2 được sản xuất.

Bảng tính của mô hình công ty C được thể hiện trên excel như sau:

	A	B	C	D	E	F	G
1	Loại ghế	SP1	SP2				
2	Lợi nhuận/ghế	56	40	Tổng lợi nhuận			
3	Số lượng sản xuất	110	90	**$9.760**			
4		**Các yêu cầu về phụ tùng**		**Tổng sử dụng**		**Tồn kho ban đầu**	**Tồn kho cuối kỳ**
5	g1	8	4	1240	≤	1280	40
6	g2	4	12	1520	≤	1600	80
7	Chân ghế	4	4	800	≤	760	-40
8	g3	1	0	110	≤	140	30
9	g4	0	1	90	≤	120	30
10				**Số ghế**		**Số lượng SP tối thiểu**	**Chênh lệch**
11	Sản phẩm ghế	1	1	200	≥	100	100

	A	B	C	D	E	F	G
1	Loại ghế	SP1	SP2				
2	Lợi nhuận/ghế	56	40	Tổng lợi nhuận			
3	Số lượng sản xuất	110	90	**=SUMPRODUCT(B2:C2;B3:C3)**			
4		**Các yêu cầu về phụ tùng**		**Tổng sử dụng**		**Tồn kho ban đầu**	**Tồn kho cuối kỳ**
5	g1	8	4	=SUMPRODUCT($B$3:$C$3;B5:C5)	≤	1280	=F5-D5
6	g2	4	12	=SUMPRODUCT($B$3:$C$3;B6:C6)	≤	1600	=F6-D6
7	Chân ghế	4	4	=SUMPRODUCT($B$3:$C$3;B7:C7)	≤	760	=F7-D7
8	g3	1	0	=SUMPRODUCT($B$3:$C$3;B8:C8)	≤	140	=F8-D8
9	g4	0	1	=SUMPRODUCT($B$3:$C$3;B9:C9)	≤	120	=F9-D9
10				**Số ghế**		**Số lượng SP tối thiểu**	**Chênh lệch**
11	Sản phẩm ghế	1	1	=SUMPRODUCT($B$3:$C$3;B11:C11)	≥	100	=D11-F11

Đặt tên:

Trong bảng tính sẽ có một vài ô cá biệt được sử dụng để đặt tên. Tên đặt này được sử dụng nhằm giúp theo dõi dễ dàng hơn các dữ liệu của bảng tính. Mục đích của việc đặt tên là để làm rõ ý nghĩa của tất cả các nhập liệu trong bảng tính. Lưu ý các tên đặt bổ sung trong dòng 11 là nhằm mô tả điều kiện ràng buộc cuối cùng mà ràng buộc này không có liên quan gì đến số dư có sẵn trong hàng tồn kho.

Các hệ số và các biến số ra quyết định:

Ngoại trừ những ô được đặt tên thì những ô khác sẽ chứa đựng những con số. Thông thường những con số này sẽ đại diện:

♦ Giá trị bằng số của những thông số cho trước trong mô hình quy hoạch tuyến tính.

♦ Giá trị bằng số của 2 biến số ra quyết định. Những giá trị bằng số này được gọi là những giá trị quyết định hoặc nói ngắn gọn chỉ là những quyết định.

Các công thức:

Để thể hiện hàm mục tiêu và các hàm ràng buộc cần sử dụng các công thức (cột D). Trong một vài tính huống, những công thức chỉ đơn giản là những giá trị bằng số và có thể được nhập trực tiếp, trong những tình huống khác cần phải soạn những công thức cần thiết này.

Tính toán mức độ thỏa mãn các điều kiện ràng buộc:

Trong các mô hình quy hoạch tuyến tính (LP), bạn cần quan tâm đến mức độ thỏa mãn các điều kiện ràng buộc của những ràng buộc và đây là thuật ngữ được mô tả mức chênh lệch giữa kết quả ràng buộc (vế trái của bất đẳng thức, ký hiệu LHS: Left-Hand Side) so với yêu cầu ràng buộc ban đầu (vế bên phải của bất đẳng thức, ký hiệu RHS: -Right-Hand Side) nhằm đảm bảo chênh lệch này không âm.

Nếu a ≤ ràng buộc, số dư sẽ là RHS − LHS.

Nếu a ≥ ràng buộc, số dư sẽ là LHS − RHS.

Với a là kết quả thực hiện điều kiện ràng buộc của bài toán.

Mặc dù là tùy chọn, việc tính toán kết quả chênh lệch này là rất hữu ích. Ví dụ như trong hình 3.1 ta có thể thấy ngay lập tức là kế hoạch sản xuất đưa ra là không khả thi bởi vì nó đã cho ra số dư hàng tồn kho trong ô G7 là con số âm.

Tối ưu hóa bảng tính:

Bằng công cụ solver bạn có thể chuyển bất kỳ một mô hình bảng tính LP nào sang mô hình tối ưu hóa chỉ với một vài click chuột. Hình sau đây cho thấy bảng tính đã được tối ưu hóa từ mô hình quy hoạch tuyến tính của công ty C.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Loại ghế	SP1	SP2				
2	Lợi nhuận/ghế	56	40	Tổng lợi nhuận			
3	Số lượng sản xuất	130	60	**$9.680**			
4		**Các yêu cầu về phụ tùng**		**Tổng sử dụng**		**Tồn kho ban đầu**	**Tồn kho cuối kỳ**
5	g1	8	4	1280	≤	1280	0
6	g2	4	12	1240	≤	1600	360
7	Chân ghế	4	4	760	≤	760	0
8	g3	1	0	130	≤	140	10
9	g4	0	1	60	≤	120	60
10				**Số ghế**		**Số lượng SP tối thiểu**	**Chênh lệch**
11	Sản phẩm ghế	1	1	190	≥	100	90

3.1 Mô hình quy hoạch tuyến tính và lập mô hình bằng bảng tính

Trong phần này sẽ trình bày cách thức đạt được mô hình của công ty C dưới 2 dạng như sau:

♦ Mô hình quy hoạch tuyến tính dưới dạng biểu thức đại số.

♦ Mô hình quy hoạch tuyến tính dưới dạng bảng tính.

Có những câu hỏi cần được giải đáp: “chúng ta có thể viết cả 2 mô hình quy hoạch tuyến tính dưới dạng biểu thức đại số và mô hình Excel cho mỗi tình huống quản lý mà chúng ta đang cần giải quyết?” cũng như “tại sao chúng ta phải trình bày mô hình bảng tính của công ty C như chúng ta đã làm?” và cuối cùng “chúng ta sử dụng công cụ Solver để tìm kiếm giải pháp tối ưu trong hình 3.2 như thế nào?”

Câu trả lời tốt nhất cho câu hỏi thứ 1 là: “Đúng vậy, khi chúng ta đã trở nên thông thạo thì chúng ta nên sử dụng cả hai mô hình quy hoạch tuyến tính (đại số) và mô hình bảng tính tương ứng (Excel). Mô hình bảng tính rất hữu ích khi cần thể hiện mô hình quy hoạch tuyến tính, và mô hình bảng tích đặc biệt hữu ích cho việc giải quyết các tình huống mô phỏng “điều gì xảy ra nếu…?”. Tuy nhiên khi chúng ta mới làm quen với việc lập mô hình bằng bảng tính, thì việc lập mô hình trực tiếp từ các tính huống quản lý áp dụng vào các bảng tính không phải là cách tiếp cận tốt nhất mặc dù cách làm này giúp bạn tiết kiệm được thời gian. Kinh nghiệm cho thấy bạn nên làm trực tiếp chỉ khi nào bạn trở nên thật thành thạo với việc lập mô hình quy hoạch tuyến tính trực tiếp trên Excel, và tốt nhất bạn nên thực hiện tiến trình lập mô hình qua ba bước sau:

1. Viết và sửa lỗi mô hình quy hoạch tuyến tính dưới dạng các biểu thức đại số: Soan ra trên giấy mô hình lượng hóa, điều này sẽ làm bạn tốn vài phút nhưng sẽ giúp bạ sau nay sửa lỗi nhanh chóng trên mô hình Excel. Tiến trình sửa lỗi trên mô hình Excel có nghĩa rằng bạn sẽ kiểm tra những công thức được lập trên bảng tính và tìm kiếm các lỗi về mặt logic của các công thức này.

2. Từ mô hình quy hoạch tuyến tính trên giấy đã soạn, bạn chuyển đổi và trình bày vào trong bảng tính Excel: Sử dụng mô hình quy hoạch tuyến tính đã soạn như là một chỉ dẫn trong việc trình bày bảng tính Excel. Sau đó là việc sửa lỗi trong cách trình bày mô hình Excel bằng cách cố gắng chọn vài giá trị nào đó của biến số ra quyết định để thấy được các sai lỗi có xảy ra hay không (sự vi phạm các ràng buộc của quyết định được cho là khả thi, các giá trị

LHS không thay đổi theo sự thay đổi các biến số ra quyết định, các ô đo lường kết quả thực hiện…?

3. Cố gắng tối ưu hóa mô hình bằng công cụ Solver: khi mô hình được lập công thức không chính xác thì thường Solver sẽ báo lỗi khi thực hiện. Một lần nữa bạn phải sửa lỗi cho mô hình và nhiều khi bạn phải quay trở lại bước 1.

Để trả lời cho câu hỏi thứ 2: "tại sao chúng ta phải trình bày mô hình bảng tính của công ty C như chúng ta đã làm?" thì như các bạn đã biết cách thức trình bày mô hình bảng tính phản ánh rõ nét các công thức trong mô hình lượng hóa mà bạn đã thực hiện ở bước 1. Sau đây là một vài lời khuyên khi cần trình bày một mô hình bảng tính:

♦ Mỗi một biến số quyết định được trình bày trong các ô khác nhau, thường được nhóm lại với nhau theo dòng hay cột và mỗi một ràng buộc được trình bày trong các dòng và cột riêng rẽ trong một bảng tính. (thường là biến số ra quyết định được bố trí theo cột và các ràng buộc được bố trí theo dòng).

♦ Ngoại trừ cách đặt tên được tùy chọn, các biến số ra quyết định được nhóm lại với nhau theo các cột/ các dòng liền kề nhau và ngoại trừ cách đặt tên được tùy chọn, các ràng buộc được nhóm lại với nhau theo các dòng/cột liền kề nhau.

♦ Mỗi ô biến số ra quyết định và ô hàm mục tiêu phải được đặt tên tại ô trên cùng của cột đó. Và mỗi ràng buộc phải được đặt tên tại ô bên trái ngoài cùng của dòng đó.

♦ Các hệ số đơn vị (ví dụ phần bù định phí đơn vị hoặc chi phí đơn vị) được đặt trong các ô nằm trong các dòng riêng biệt liền ngay bên dưới các biến số ra quyết định để phản ánh tác động từ những hệ số này và công thức hàm mục tiêu xuất hiện gần kề ngay bên cạnh những ô này.

♦ Các ô biến số ra quyết định và ô hàm mục tiêu được định dạng nổi bật bằng cách tô nền hay tạo đường viền (Shading hoặc Border) để tạo thuận tiện khi đọc các thông tin trình bày trong bảng tính.

♦ Đối với mỗi một ràng buộc, ô chứa các thông số liên quan đến biến số ra quyết định được đặt tại góc giao nhau giữa cột hoặc dòng chứa các biến số ra quyết định đó với những cột hoặc dòng chứa các điều kiện ràng buộc đó.

♦ Theo sau các ô thông số trong mỗi dòng ràng buộc là một ô được sử dụng để tính toán giá trị hàm ràng buộc đạt được (vế trái của bất đẳng thức ràng buộc – LHS), ô kế tiếp là các dấu bất đẳng thức và ô theo sau cuối cùng là ô thể hiện giá trị giới hạn của ràng buộc (vế phải của bất đẳng thức ràng buộc – RHS). Bạn có thể tùy chọn thêm một ô tính toán mức chênh lệch giữa về bên trái và về bên phải của bất đẳng thức ràng buộc và ô này được cài đặt công thức sao cho giá trị của nó luôn luôn không âm khi ràng buộc được thỏa mãn.

Ô chênh lệch = RHS – LHS khi yêu cầu LHS ≤ giới hạn ràng buộc, và

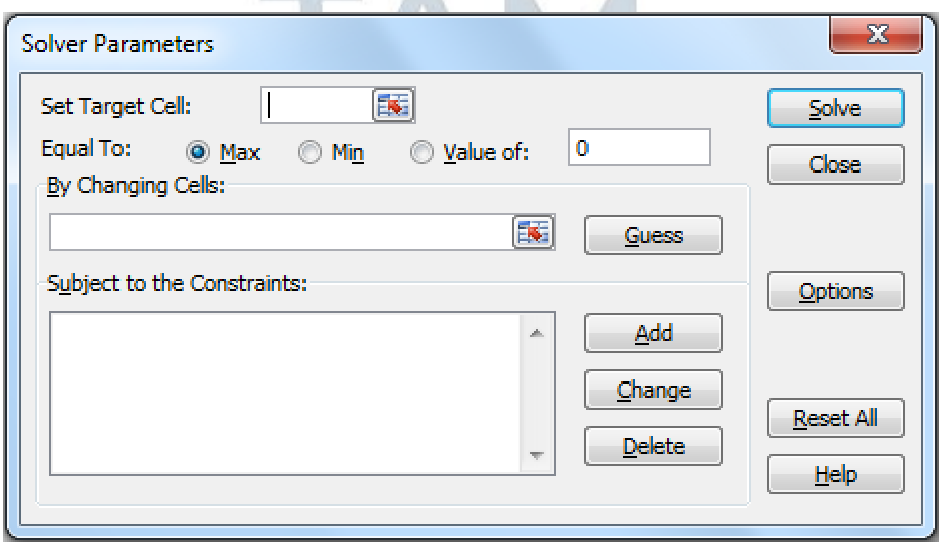
Ô chênh lệch = LHS – RHS khi yêu cầu LHS ≥ giới hạn ràng buộc.

♦ Đối với các ràng buộc thì ô thể hiện nội dung của vế bên phải bất đẳng thức chỉ được chứa hằng số hoặc công thức không có liên quan đến các biến số ra quyết định. Để tránh việc Solver sẽ báo lỗi sau này, bất kỳ một công thức nào của ô thể hiện nội dung của vế bên phải của bất đẳng thức có liên quan trực tiếp hay gián tiếp tới các biến số ra quyết định phải được cắt chuyển sang vế bên trái của ràng buộc đó.

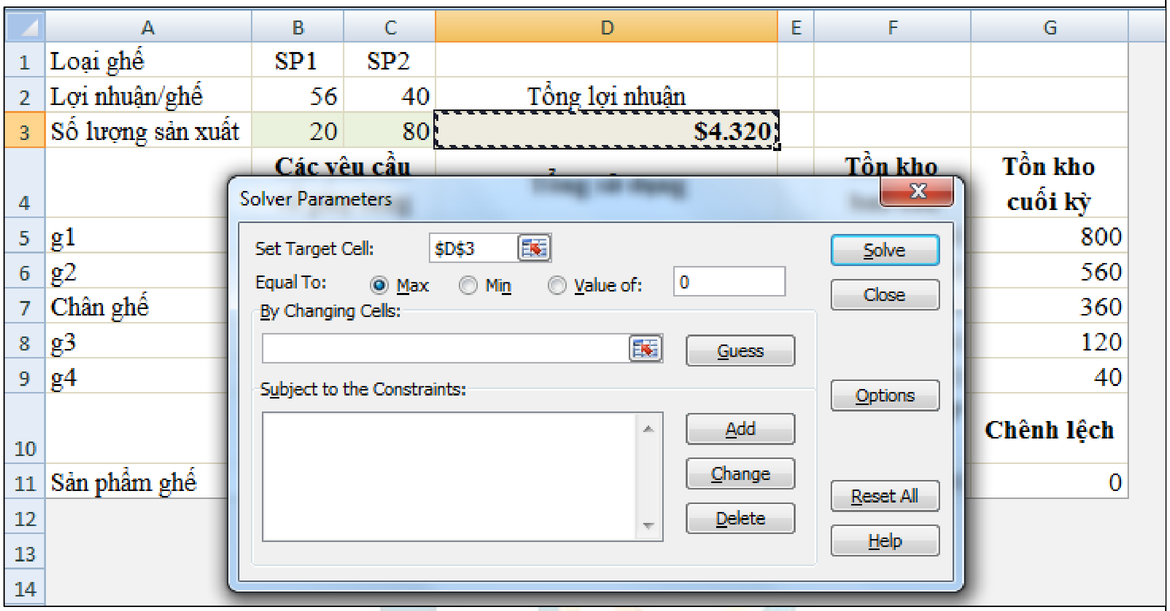
♦ Không sử dụng hàm chức năng If(), ABS(), Max(), Min()… các hàm phi tuyến khác trong những ô được lập công thức trong mô hình quy hoạch tuyến tính. Những hàm như vậy có thể được chấp nhận trong những ô khác trong bảng tính, nhưng chi khi giá trị của nó không ảnh hưởng gì đến việc tính toán trực tiếp hay gián tiếp của ô hàm mục tiêu khi Solver thực hiện tiến trình tối ưu hóa.

Tối ưu hóa mô hình công ty C bằng Solver

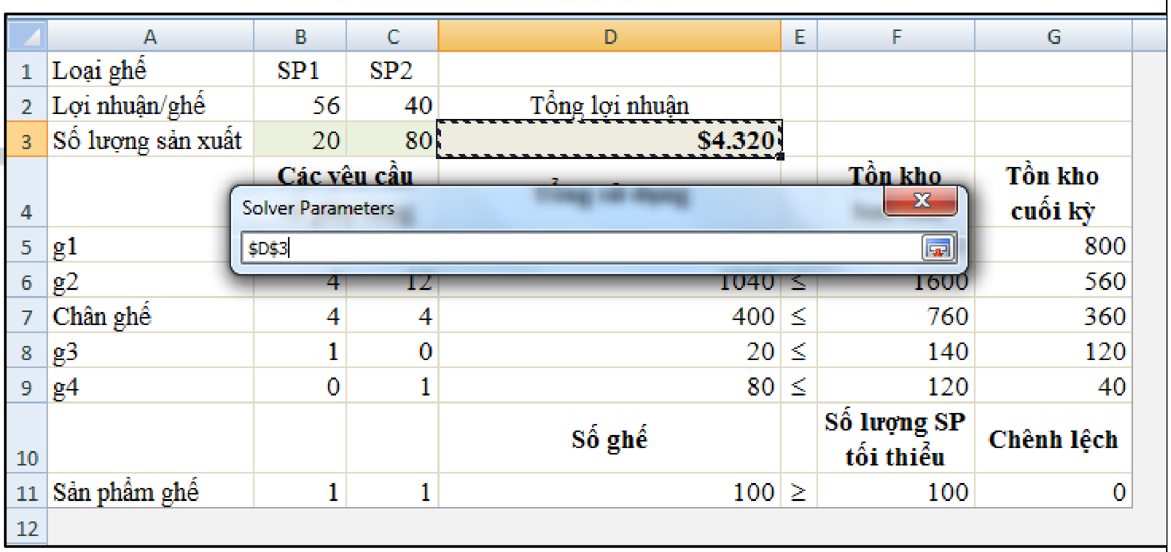
Cách học Solver tốt nhất là bạn cần ngồi thực tập ngay trước máy vi tính của bạn. Sau khi Solver được kích hoạt, hộp thoại Solver Parameters sẽ xuất hiện như hình dưới đây, lưu ý rằng Solver luôn mặc định chế độ của hàm mục tiêu là “Max”, và địa chỉ ô có dấu nháy luôn xuất hiện trong vùng đầu tiên: “Set Target Cell”.



Trong vùng đầu tiên “Set Target Cell”, bạn cần nhập địa chỉ ô chứa nội dung của hàm mục tiêu. Trong ví dụ công ty C, địa chỉ này là ô D3 (xem hình sau).

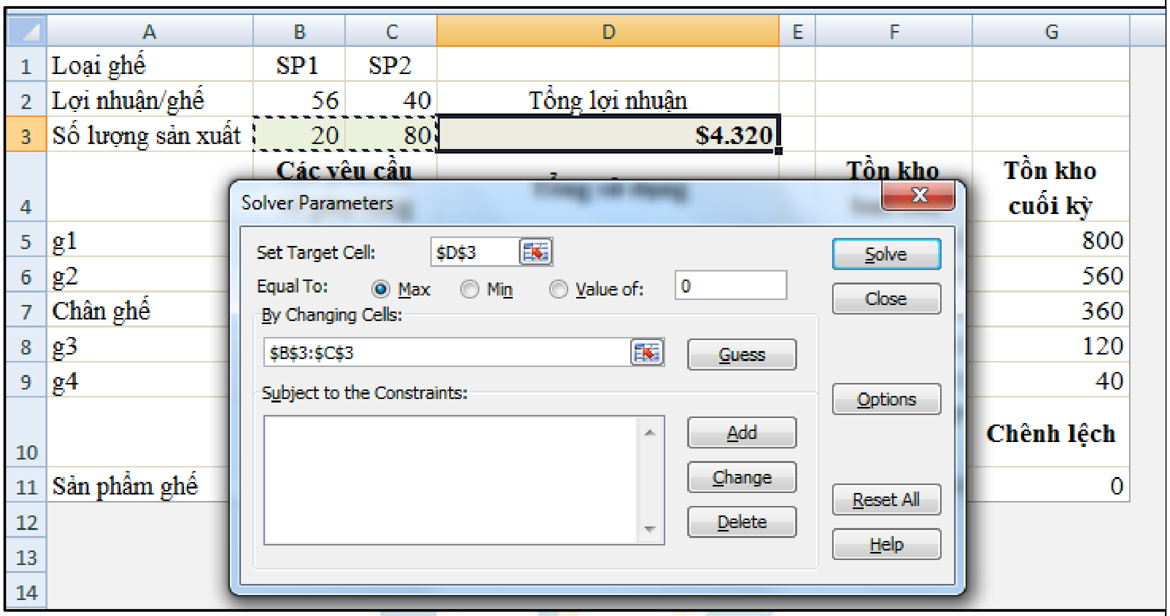


Có thể thu nhỏ hộp thoại Solver Parameters như hình dưới đây để thuận tiện hơn trong việc quan sát phần còn lại trên bảng tính của mình để từ đó sử dụng chuột xác định địa chỉ nhanh và chính xác hơn.

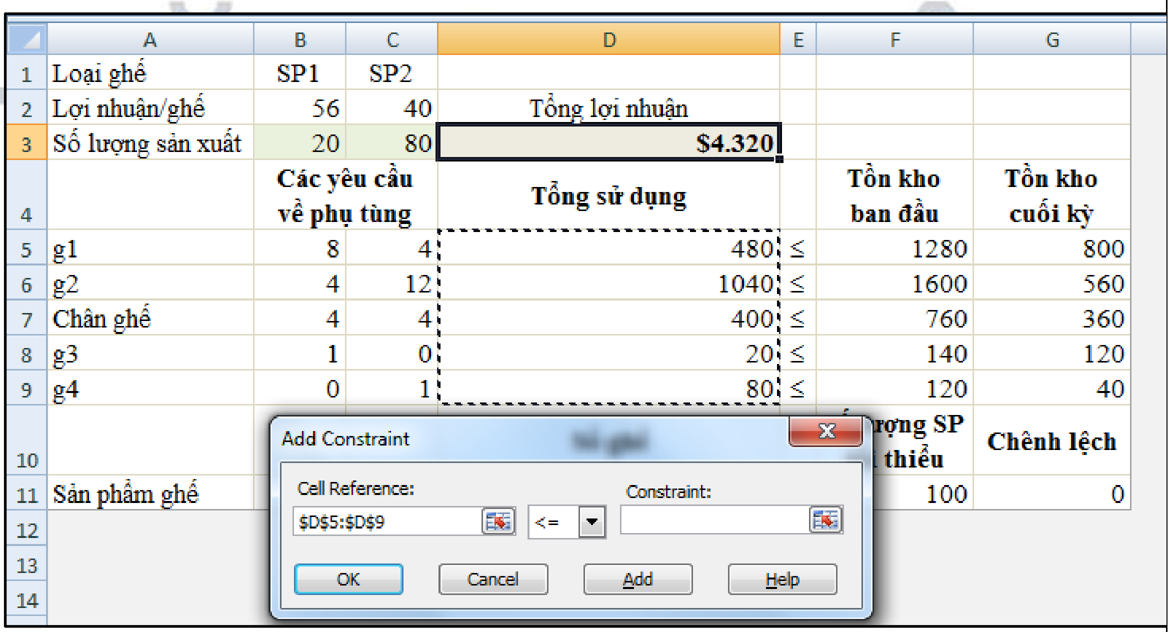


Vùng kế tiếp của hộp thoại là “Equal To”: cho phép khai báo loại tối ưu hóa ứng với 2 vị trí của Radio Button là Max và Min. Trong ví dụ chúng ta muốn tối đa hóa lợi nhuận của công ty C, vì vậy click vào Radio Button “Max”. Ngược lại nếu mục tiêu kết quả thực hiện là tối thiểu hóa chi phí thì click vào Radio Button “Min”.

Vùng kế tiếp được đặt tên là “By Changing Cells” cho phép khai báo các biến số ra quyết định. Trong ví dụ mô hình bảng tính của công ty C thì những biến số ra quyết định là các ô B3:C3 được khai báo như sau:

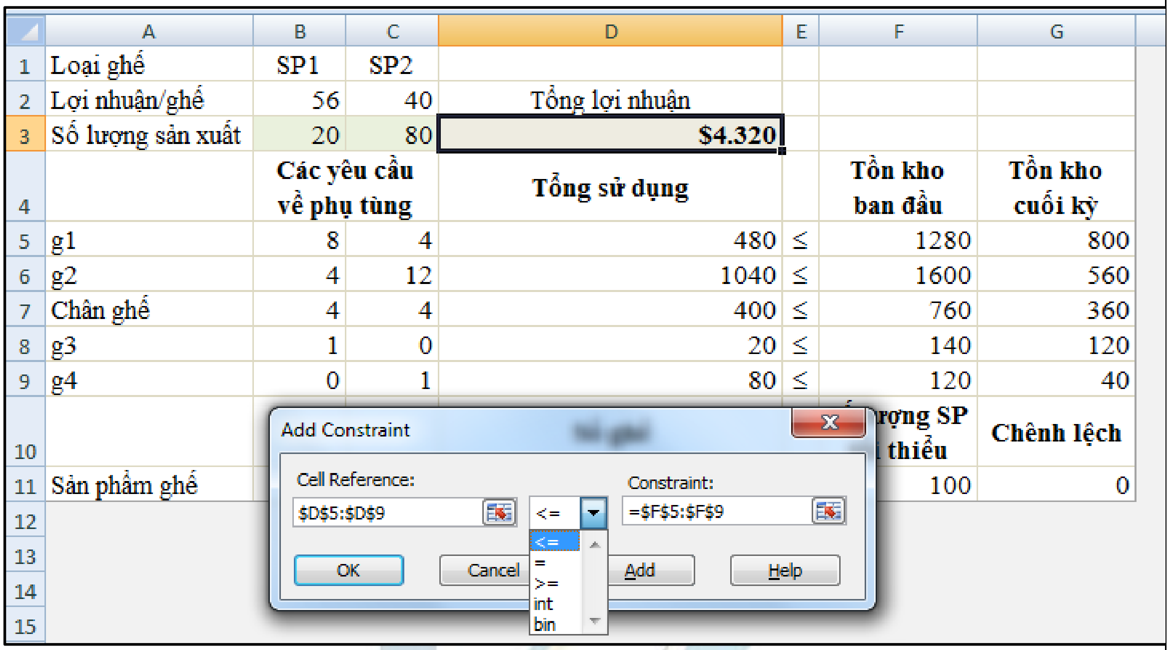


Kế tiếp phải định rõ các điều kiện ràng buộc của hàm mục tiêu cho Solver tại vùng “Subject to the Constraints”. Tại phía bên phải của vùng này, bạn click nút “Add” và hộp thoại Add Constraint cho phép bạn khai báo các địa chỉ của hàm ràng buộc và giới hạn của ràng buộc:

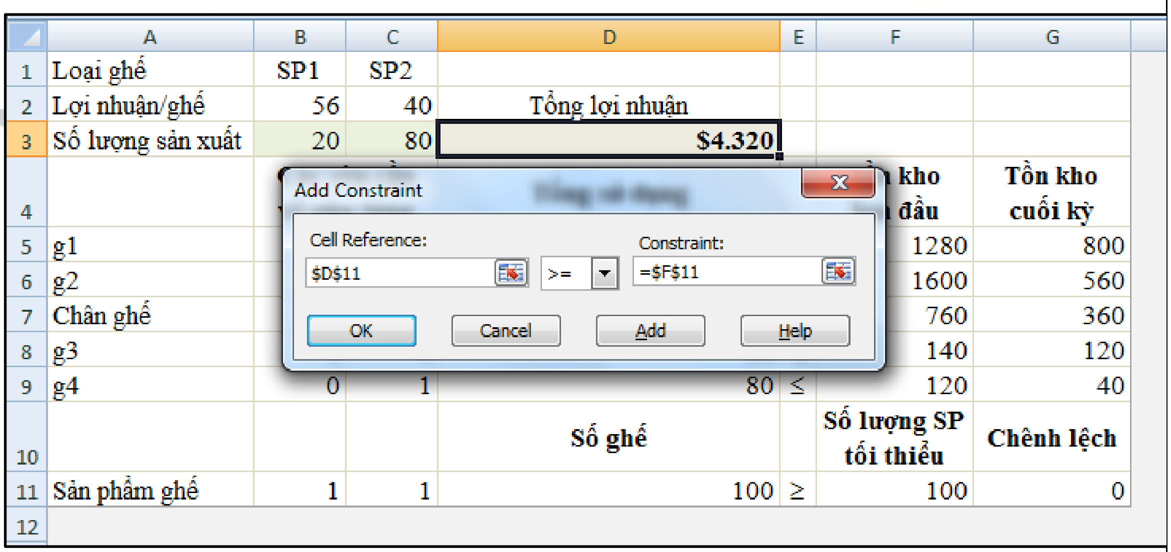


Lưu lý rằng Solver sẽ không chấp nhận công thức trong vùng “Cell Reference”, tất cả các nhập liệu vào vùng này đều phải được tham chiếu dưới dạng đại chỉ các ô trong bảng tính và dĩ nhiên nội dung trong các ô này là các công thức.

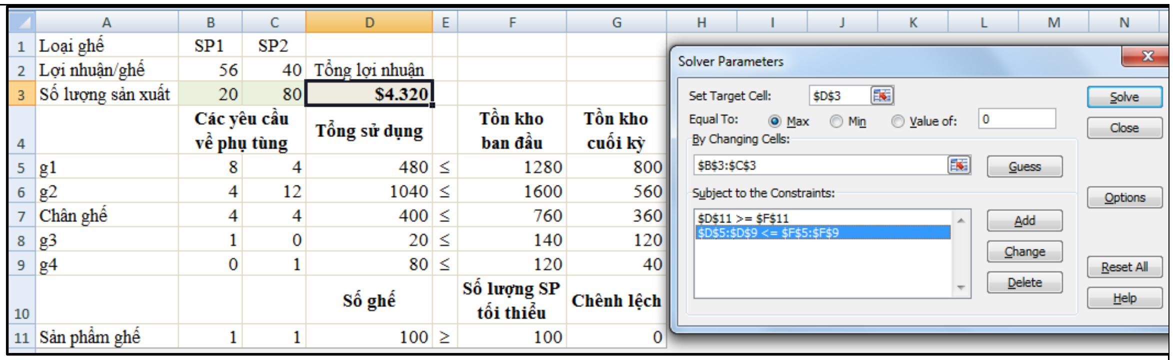
Kế tiếp đưa con trỏ vào vùng bên phải của hộp thoại "Add Constraint" và dùng chuột quét khối chọn các ô vế bên phải của bất đẳng thức, là các ô F5:F9. Sau đó chọn dấu bất đẳng thức cho phù hợp với những ràng buộc vừa được chọn này:



Đối với điều kiện ràng buộc còn lại tổng sản phẩm sản xuất ra tối thiểu phải là 100 thì thực hiện một cách tương tự:

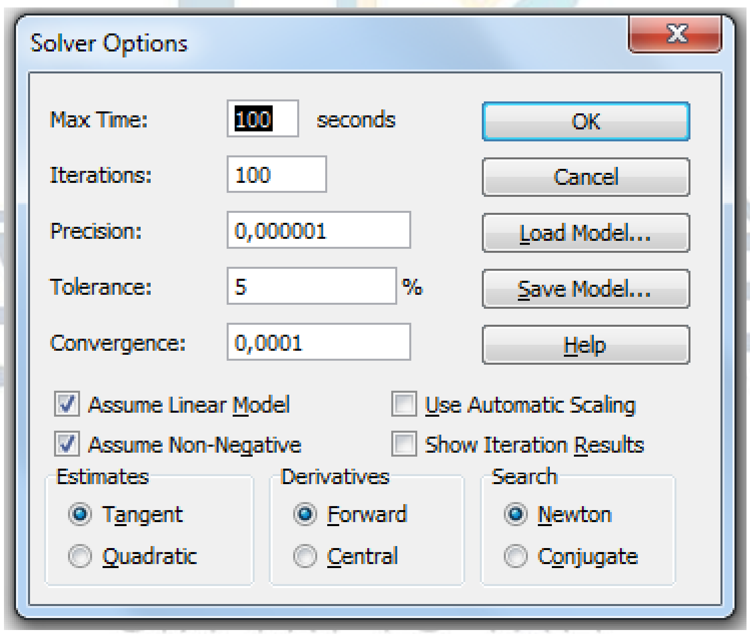


Và bây giờ có thể click "OK" để kết thúc việc khai báo các điều kiện ràng buộc cho Solver và quay trở lại hộp thoại Solver Parameters:

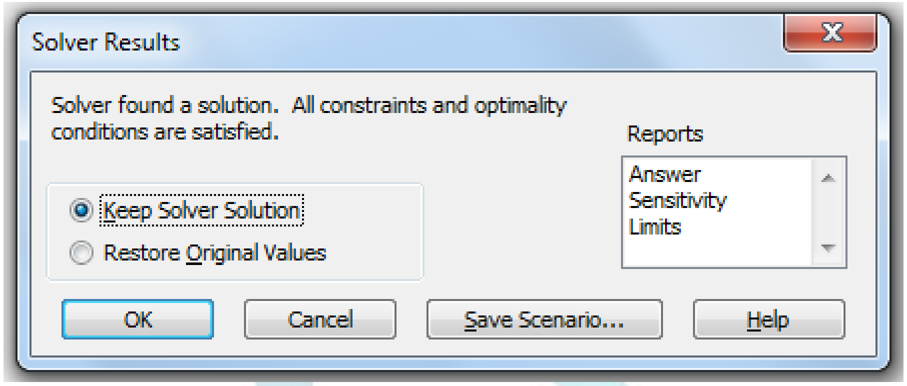


Các đặc điểm Solver như hình trên, các nút "Change" và "Delete" được sử dụng khi cần thay đổi hoặc xóa các điều kiện ràng buộc. Lưu ý là nút "Reset All" sẽ xóa tất cả các nhập liệu trong hộp thoại Solver Parameters và được sử dụng trong trường hợp khai báo tất cả lại từ đầu.

Cuối cùng chúng ta đang làm việc với mô hình quy hoạch tuyến tính có các mối quan hệ giữa các bến số là hoàn toàn tuyến tính, sau khi kích nút "Options" trong hộp thoại Solver Parameters sẽ xuất hiện hộp thoại Solver Option như sau:



Khi click vào check box "Assume Linear Model" thì có nghĩa đã khai báo với Solver là mô hình tuyến tính, còn nếu click vào check box "Assume Non-Negative" thì có nghĩa là khai báo với Solver các biến số ra quyết định sẽ không được âm. Chọn Solver để quay trở về hộp thoại Solver Parameters và click nút "Solver" thì Solver sẽ bắt đầu thực hiện các vòng lặp phép thử cần thiết và sẽ hiện câu thông báo "Setting up problem…" khi có sai sót trong quá trình thực hiện, và nếu như không có một sai sót nào thì chỉ sau một vài giây Solver sẽ hiện ra thông báo đã hoàn tất như trong hộp thoại “Solver Results” dưới đây:



Lưu ý rằng phải đọc cẩn thận các câu thông báo đầu tiên của hộp thoại này, vì Solver luôn cho ra hộp thoại thông báo “Solver Results” giống nhau ngoại trừ hai câu thông báo phía trên của hộp thoại:

♦ Solver đã tìm ra giải pháp.

♦ Tất cả các điều kiện ràng buộc và điều kiện tối ưu hóa được thỏa mãn.

Nếu không tìm thấy 2 câu này thì có nghĩa Solver đã bị lỗi trong khi thực hiện tiến trình tối ưu hóa mô hình quy hoạch tuyến tính. Trong tình huống này có thể click “help” để tìm các thông tin bổ sung, thường là các thông tin khai báo không thỏa đáng trong hộp thoại Solver Parameters, hoặc xem lại những công thức trong mô hình bảng tính vì có thể vi phạm những quy tắc đã đề ra.

Nếu Solver hoàn tất công việc của mình thì thông điệp báo ra phải như hình ở trên và chọn “Keep Solver Solution” để nhận kết quả hoặc “Restore Original Values” để bỏ những kết quả mà Solver vừa tính toán và giữ nguyên giá trị biến số quyết định ban đầu trước khi Solver khởi động. Nếu chon “Keep Solver Solution” thì cũng có thể tùy chọn một trong ba loại Report, theo đó Solver sẽ tự động cho ra báo cáo tổng thể kết quả đạt được.

Sau khi click “Answer” sẽ xuất hiện một báo cáo ở trong sheet riêng có tên là “Answer Report 1” nếu như tên này chưa được sử dụng trước đó, để có thể tự do định dạng, lưu lại hoặc in ra.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Microsoft Excel 12.0 Answer Report						
2	Worksheet: [C.xls]solver						
3	Report Created: 28/07/2011 2:44:39 PM						
4							
5							
6	Target Cell (Max)						
7		Cell	Name	Original Value	Final Value		
8		$D$3	Số lượng sản xuất Tổng lợi nhuận	$4.320	$9.680		
9							
10							
11	Adjustable Cells						
12		Cell	Name	Original Value	Final Value		
13		$B$3	Số lượng sản xuất SP1	20	130		
14		$C$3	Số lượng sản xuất SP2	80	60		
15							
16							
17	Constraints						
18		Cell	Name	Cell Value	Formula	Status	Slack
19		$D$5	g1 Tổng sử dụng	1280	$D$5<=$F$5	Binding	0
20		$D$6	g2 Tổng sử dụng	1240	$D$6<=$F$6	Not Binding	360
21		$D$7	Chân ghế Tổng sử dụng	760	$D$7<=$F$7	Binding	0
22		$D$8	g3 Tổng sử dụng	130	$D$8<=$F$8	Not Binding	10
23		$D$9	g4 Tổng sử dụng	60	$D$9<=$F$9	Not Binding	60
24		$D$11	Sản phẩm ghế Số ghế	190	$D$11>=$F$11	Not Binding	90

Mô hình bảng tính gốc lúc này sẽ xuất hiện như trong hình dưới đây, theo đó Solver ghi nhận giá trị tối ưu của biến số quyết định SP1 và SP2 tương ứng là 130 và 60 và lợi nhuận tối đa đạt được là 9.680$.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Loại ghế	SP1	SP2				
2	Lợi nhuận/ghế	56	40	Tổng lợi nhuận			
3	Số lượng sản xuất	130	60	$9.680			
4		Các yêu cầu về phụ tùng		Tổng sử dụng		Tồn kho ban đầu	Tồn kho cuối kỳ
5	g1	8	4	1280	≤	1280	0
6	g2	4	12	1240	≤	1600	360
7	Chân ghế	4	4	760	≤	760	0
8	g3	1	0	130	≤	140	10
9	g4	0	1	60	≤	120	60
10				Số ghế		Số lượng SP tối thiểu	Chênh lệch
11	Sản phẩm ghế	1	1	190	≥	100	90

Lưu ý các ô trong cột G phản ánh số dư tồn kho thay đổi theo các quyết định tối ưu. Nếu số dư là 0, khi đó Solver sẽ thông báo: “binding at Optimality” hoặc “binding” có nghĩa là giá trị vế trái bằng với giá trị vế phải của ràng buộc.

3.3. Mở rộng ý nghĩa quản trị của nghiệm tối ưu

Nghiệm tối ưu không nên được hiểu đơn giản là một bộ số do Solver trả về. Trong quản trị, nghiệm tối ưu là một phương án hành động: sản xuất bao nhiêu, đầu tư bao nhiêu, mua bao nhiêu quảng cáo, vận chuyển theo tuyến nào hoặc bố trí bao nhiêu nhân viên. Vì vậy, sau khi có kết quả, người học cần chuyển các con số thành khuyến nghị quản trị cụ thể.

Một ràng buộc được gọi là ràng buộc chặt khi tại nghiệm tối ưu, vế trái bằng đúng vế phải. Điều này thường cho thấy nguồn lực đó đã được sử dụng hết hoặc yêu cầu đó đang quyết định biên của phương án tối ưu. Ngược lại, nếu ràng buộc còn số dư, nguồn lực tương ứng chưa phải là yếu tố khan hiếm tại phương án hiện tại.

Số dư ràng buộc giúp nhà quản lý hiểu mức độ linh hoạt còn lại. Trong bài toán sản xuất, số dư tồn kho cho biết nguyên vật liệu nào còn lại sau kế hoạch tối ưu. Trong bài toán marketing, số dư ngân sách hoặc giới hạn kênh quảng cáo cho biết liệu doanh nghiệp còn khả năng mở rộng chiến dịch ở kênh đó hay không. Trong bài toán vận tải, số dư nguồn cung cho biết nhà máy nào chưa cần sử dụng hết công suất.

Bảng 3.3. Ý nghĩa quản trị của một số loại ràng buộc thường gặp

Loại ràng buộc	Câu hỏi quản trị	Cách diễn giải sau Solver
Ràng buộc ngân sách	Ngân sách còn dư hay đã dùng hết?	Nếu dùng hết, ngân sách có thể là nguồn lực giới hạn; nếu còn dư, cần xem ràng buộc khác đang khống chế mục tiêu.
Ràng buộc sản xuất	Công suất, lao động, máy móc hoặc tồn kho còn dư bao nhiêu?	Giúp quyết định có nên tăng ca, thuê ngoài, mua thêm vật tư hoặc điều chỉnh danh mục sản phẩm.
Ràng buộc thị trường	Nhu cầu tối thiểu/tối đa đã đạt chưa?	Giúp tránh sản xuất vượt khả năng tiêu thụ hoặc không đạt cam kết thị trường.
Ràng buộc tài chính	Dòng tiền có đủ đáp ứng nghĩa vụ không?	Hỗ trợ kiểm soát thanh khoản, đòn bẩy tài chính và mức chịu rủi ro.

Ràng buộc vận tải	Tuyến nào được chọn, tuyến nào không được chọn?	Giúp thiết kế kế hoạch phân phối tiết kiệm chi phí và nhận diện tuyến kém hiệu quả.

3.4. Khung diễn giải kết quả Solver theo ngôn ngữ quản trị

Để tránh tình trạng chỉ báo cáo kết quả dưới dạng "x1 = ..., x2 = ...", người học nên sử dụng khung diễn giải gồm năm bước sau:

Bước 1 - Nêu quyết định tối ưu: trình bày rõ mỗi biến quyết định tương ứng với hành động nào trong thực tế.

Bước 2 - Nêu giá trị mục tiêu: cho biết tổng lợi nhuận, tổng chi phí, tổng tiếp cận hoặc tổng hiệu quả đạt được.

Bước 3 - Kiểm tra tính khả thi: xác nhận toàn bộ ràng buộc đều được thỏa mãn.

Bước 4 - Xác định ràng buộc chặt và số dư: chỉ ra nguồn lực nào đã dùng hết và nguồn lực nào còn dư.

Bước 5 - Đưa ra khuyến nghị quản trị: giải thích nhà quản lý nên triển khai phương án như thế nào và cần lưu ý rủi ro nào khi áp dụng vào thực tế.

Mẫu câu diễn giải kết quả

"Theo kết quả Solver, phương án tối ưu là ... Khi áp dụng phương án này, doanh nghiệp đạt ... Toàn bộ ràng buộc đều được thỏa mãn. Ràng buộc ... là ràng buộc chặt, cho thấy ... Ràng buộc ... còn số dư, cho thấy ... Vì vậy, về mặt quản trị, doanh nghiệp nên ... đồng thời cần kiểm tra thêm ... trước khi triển khai."

3.5. Phân tích độ nhạy và các trường hợp đặc biệt của nghiệm quy hoạch tuyến tính

Tìm được nghiệm tối ưu mới chỉ là một nửa công việc. Trong thực tế, các hệ số của mô hình – lợi nhuận đơn vị, chi phí đơn vị, lượng nguồn lực sẵn có – thường được ước lượng và có thể thay đổi. Phân tích độ nhạy (sensitivity analysis) trả lời câu hỏi: nếu một dữ liệu đầu vào thay đổi thì nghiệm tối ưu và giá trị mục tiêu thay đổi ra sao, và trong phạm vi nào thì phương án hiện tại vẫn còn tối ưu. Excel Solver cung cấp sẵn báo cáo Sensitivity Report đi kèm Answer Report, giúp nhà quản lý đánh giá mức độ "vững" của quyết định trước biến động dữ liệu mà không phải giải lại mô hình nhiều lần.

3.5.1. Giá bóng (shadow price) của ràng buộc

Giá bóng (còn gọi là giá mờ hay shadow price) của một ràng buộc là mức thay đổi của giá trị hàm mục tiêu tối ưu khi vế phải (RHS) của ràng buộc đó tăng thêm một đơn vị, trong điều kiện các dữ liệu khác giữ nguyên và mức thay đổi nằm trong khoảng cho phép. Một nguyên tắc quan trọng: chỉ những ràng buộc chặt (binding, tức vế trái bằng vế phải tại nghiệm tối ưu) mới có giá bóng khác 0; các ràng buộc còn số dư (slack > 0) có giá bóng bằng 0 vì việc nới thêm nguồn lực chưa dùng hết không cải thiện mục tiêu.

Ý nghĩa quản trị của giá bóng rất trực tiếp: nó cho biết mức giá tối đa mà doanh nghiệp nên sẵn lòng trả để có thêm một đơn vị nguồn lực khan hiếm. Trong bài toán marketing, giá bóng của ràng buộc ngân sách chính là số người tiếp cận tăng thêm cho mỗi đồng ngân sách bổ sung – nếu giá trị này cao hơn chi phí huy động vốn thì việc tăng ngân sách là đáng giá. Trong bài toán sản xuất của công ty C, giá bóng của ràng buộc phụ tùng g1 cho biết phần bù định phí tăng thêm nếu có thêm một đơn vị g1, từ đó hỗ trợ quyết định có nên mua thêm vật tư hay không.

3.5.2. Chi phí giảm (reduced cost) của biến quyết định

Chi phí giảm (reduced cost) của một biến quyết định là mức cải thiện cần thiết của hệ số mục tiêu của biến đó để biến bắt đầu nhận giá trị dương trong nghiệm tối ưu. Những biến đã có giá trị dương tại nghiệm tối ưu luôn có chi phí giảm bằng 0. Ngược lại, một biến đang bằng 0 (không được chọn) có chi phí giảm cho biết: trong bài toán tối đa hóa, lợi nhuận đơn vị của phương án đó phải tăng thêm ít nhất bằng giá trị này thì việc đưa nó vào sản xuất mới trở nên có lợi. Đây là công cụ hữu ích để trả lời câu hỏi "vì sao một sản phẩm/kênh/tuyến lại không được chọn" và "cần thay đổi điều kiện đến mức nào để nó được chọn".

3.5.3. Khoảng dao động cho phép của hệ số và đọc báo cáo Sensitivity Report

Báo cáo Sensitivity Report gồm hai phần. Phần Variable Cells trình bày, với mỗi biến: giá trị tối ưu, chi phí giảm, hệ số mục tiêu hiện tại và mức tăng/giảm cho phép (Allowable Increase/Decrease) của hệ số đó – tức khoảng mà hệ số mục tiêu có thể thay đổi mà nghiệm tối ưu (đỉnh tối ưu) không đổi. Phần Constraints trình bày, với mỗi ràng buộc: giá trị vế trái tại nghiệm, giá bóng, vế phải và khoảng cho phép của vế phải để giá bóng còn hiệu lực. Khi đọc báo cáo, người học cần lưu ý hai điều: thứ nhất, các khoảng cho phép thường chỉ đúng khi thay đổi một hệ số tại một thời điểm; thứ hai, trong trường hợp nghiệm suy biến, giá bóng và các khoảng này có thể không duy nhất và cần diễn giải thận trọng.

3.5.4. Bốn trường hợp đặc biệt của nghiệm quy hoạch tuyến tính

Không phải mô hình nào cũng cho đúng một nghiệm tối ưu "đẹp". Người học cần nhận diện bốn trường hợp đặc biệt sau đây, vì mỗi trường hợp có thông điệp quản trị riêng và đòi hỏi cách xử lý khác nhau.

Hộp 3.2 - Bốn trường hợp đặc biệt của nghiệm LP

1. Vô nghiệm / không khả thi (infeasible): không tồn tại phương án nào thỏa mãn đồng thời tất cả ràng buộc (miền nghiệm rỗng). Solver báo "Solver could not find a feasible solution". Thông điệp quản trị: các yêu cầu đang mâu thuẫn nhau – cần nới lỏng một ràng buộc, tăng nguồn lực hoặc xem lại dữ liệu.

2. Không bị chặn (unbounded): hàm mục tiêu có thể tăng (hoặc giảm) vô hạn vì thiếu ràng buộc chặn theo hướng tối ưu. Đây chính là tình huống gặp ở bài toán quản lý tài sản - nợ khi cho phép đầu tư/vay không giới hạn. Thông điệp quản trị: mô hình thiếu giới hạn thực tế (hạn mức, công suất) – cần bổ sung ràng buộc giới hạn trên.

3. Vô số nghiệm tối ưu (alternative optima): khi đường mức của hàm mục tiêu song song với một cạnh ràng buộc chặt, tồn tại nhiều phương án cùng cho giá trị mục tiêu tối ưu. Thông điệp quản trị: doanh nghiệp có thêm tự do lựa chọn – có thể chọn phương án phụ hợp tiêu chí khác (ổn định, rủi ro thấp, dễ triển khai) mà không mất mát mục tiêu chính.

4. Nghiệm suy biến (degeneracy): một biến cơ sở nhận giá trị 0 tại nghiệm tối ưu (thường do số ràng buộc chặt nhiều hơn số biến). Khi đó giá bóng có thể không duy nhất và phân tích độ nhạy cần được diễn giải thận trọng. Thông điệp quản trị: cần kiểm tra lại tính ổn định của lời giải trước khi dựa vào giá bóng để ra quyết định nới nguồn lực.

Cơ sở toán học của các nhận định trên là tính lồi của miền nghiệm khả thi: vì mọi ràng buộc tuyến tính đều xác định một nửa không gian lồi nên giao của chúng – miền nghiệm – là một tập lồi (đa diện lồi). Định lý cơ bản của quy hoạch tuyến tính khẳng định rằng nếu bài toán có nghiệm tối ưu hữu hạn thì luôn tồn tại một nghiệm tối ưu nằm tại đỉnh (điểm cực biên) của miền nghiệm. Đây là lý do thuật toán đơn hình (Simplex) chỉ cần duyệt qua các đỉnh thay vì vô số điểm trong miền, và cũng là nền tảng để hiểu vì sao nghiệm tối ưu của các bài toán trong chương luôn rơi vào giao điểm của những ràng buộc chặt.

TÓM TẮT VÀ GHI NHỚ CHƯƠNG 3

Bảng 3.4. Checklist kiểm tra mô hình trước khi chạy Solver

Nội dung kiểm tra	Câu hỏi cần trả lời
Biến quyết định	Các biến đã có đơn vị đo rõ ràng chưa?

Hàm mục tiêu	Ô mục tiêu có thay đổi khi thay đổi biến quyết định không?
Ràng buộc	Mỗi ràng buộc đã tách rõ LHS, dấu ràng buộc và RHS chưa?
Không âm	Đã khai báo biến quyết định không âm trong Solver chưa?
Tuyến tính	Có dùng IF, ABS, MAX, MIN hoặc tích của hai biến trong vùng mô hình không?
Số nguyên	Biến nào bắt buộc là số nguyên đã được khai báo Integer chưa?
Kết quả	Solver có báo tìm thấy nghiệm tối ưu và thỏa mãn ràng buộc không?
Diễn giải	Kết quả đã được chuyển thành khuyến nghị quản trị cụ thể chưa?

Chương 3 nhấn mạnh rằng lập mô hình tối ưu hóa là quá trình chuyển hóa một vấn đề quản trị thành hệ thống biến quyết định, hàm mục tiêu và ràng buộc. Một mô hình tốt không chỉ tìm được nghiệm tối ưu mà còn giúp nhà quản lý hiểu rõ nguồn lực nào đang khan hiếm, ràng buộc nào đang giới hạn phương án và quyết định tối ưu có thể triển khai trong thực tế hay không.

Khi sử dụng Excel Solver, người học cần phân biệt rõ ô mục tiêu, ô biến quyết định và vùng ràng buộc. Với mô hình tuyến tính, phương pháp Simplex LP là lựa chọn phù hợp. Sau khi Solver trả kết quả, cần đọc thông báo trạng thái, kiểm tra lại các ràng buộc, xem xét số dư hoặc mức vượt, và diễn giải kết quả bằng ngôn ngữ quản trị thay vì chỉ ghi lại các con số.

Một lỗi phổ biến khi học quy hoạch tuyến tính là lập đúng công thức toán học nhưng bố trí bảng tính không rõ ràng, khiến Solver khó khai báo hoặc dễ sai tham chiếu ô. Vì vậy, người học nên bắt đầu bằng mô hình đại số trên giấy, sau đó chuyển sang bảng tính, kiểm tra bằng một vài giá trị thử và cuối cùng mới tối ưu hóa.

CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP CHƯƠNG 3

Phần câu hỏi:

Câu 1: Các đặc điểm của bài toán quy hoạch tuyến tính?

Câu 2: Trường hợp khi các biến số ra quyết định phải là những số nguyên, cách giải quyết vấn đề này như thế nào?

Câu 3: Nghệ thuật lập công thức cho mô hình quy hoạch tuyến tính?

Phần bài tập:

Câu 4: Sử dụng công cụ Solver tìm phương án tối ưu cho công ty Blue Ridge Hot Tubs và VBT trong bài tập cuối chương 2.

Câu 5: Tập đoàn Electrotech sản xuất hai thiết bị điện kích thước công nghiệp đó là: Máy phát điện và máy biến thế. Cả hai sản phẩm này đều đòi hỏi phải bắt điện và chạy thử trong suốt quá trình lắp ráp. Mỗi máy phát điện cần 2 giờ để bắt điện và 1 giờ chạy thử và có thể được bán với lợi nhuận là 250$. Mỗi máy biến thế cần 3 giờ bắt điện và 2 giờ chạy thử và có thể được bán với lợi nhuận là 150$. Có sẵn 260 giờ dùng cho việc bắt điện và 140 giờ cho việc chạy thử trong giai đoạn sản xuất tiếp theo và Electrotech muốn tối đa hóa lợi nhuận.

a) Lập công thức dạng bài LP cho bài toán này. Tìm lời giải bằng Solver?

b) Giả sử rằng Ban quản lý Electrotech quyết định họ cần sản xuất ra ít nhất là 20 máy phát điện và 20 máy biến thế. Lập công thức dạng bài LP cho bài toán này. Tìm lời giải bằng Solver?

Câu 6: Công ty thực phẩm Springer Dog đã sấy khô thực phẩm bánh cóc từ hai loại thành phần. Hai loại thành phần này (A và B) cung cấp hai lượng protein và vitamin khác nhau. Cứ 1 đơn vị thành phần A cung cấp 16 đơn vị protein và 4 đơn vị vitamin trên 1 pao bánh cóc (1pound = 0,454kg). Cứ 1 đơn vị thành phần B cung cấp 8 đơn vị protein và 8 đơn vị vitamin trên 1 pao bánh cóc. Chi phí đơn vị thành phần A và B lần lượt tốn 0,5$ và 0,2$. Công ty này muốn sản phẩm của họ phải chứa ít nhất 20 đơn vị protein và 6 đơn vị vitamin mỗi pao bánh cóc và càng rẻ càng tốt. Lập công thức dạng LP cho bài toán? Tìm phương án tối ưu bằng Solver?

Câu 7: Bill's Grill là một nhà hàng được ưa chuộng nổi tiếng với món hamburger. Chủ của hàng, ông Bill, đã trộn lẫn giữa thịt bò và thịt lợn tươi xay với một thành phần bí mật mà khiến cho món "hamburger ¼" được quảng cáo là không có nhiều hơn 25% mỡ. Bill có thể mua thịt bò với 80% trọng lượng là thịt, 20% trọng lượng là mỡ với giá 0,85$ một pao (1 pound = 0,454kg). Ông ta có thể mua thịt lợn với 70% trọng lượng là thịt và 30% trọng lượng là mỡ với giá 0,65$ một pao. Bill muốn tìm cách để xác định tỷ lệ trọng lượng thịt bò và tỷ lệ trọng lượng thịt lợn để đem trộn lẫn nhau sao cho có thể tối thiểu chi phí mà không có quá 25% trọng lượng là mỡ. Lập công thức dạng LP cho bài toán và xác định đáp án tối ưu bằng Solver?

Câu 8: Giám đốc Marketing cho sản phẩm soda Mountain Mist cần quyết định phải có nhiều chương trình quảng cáo truyền hình và quảng cáo trên tạp chí để hoạt động trong quí tới. Mỗi chương trình quảng cáo truyền hình tốn 5.000USD và dự kiến sẽ tăng lượng bán lên 300.000 chai soda. Mỗi quảng cáo trên tạp chí tốn 2.000USD,dự kiến tăng lượng bán lên 500.000 chai. Tổng cộng tốn 100.000USD để chi phí cho quảng cáo trên truyền hình và tạp chí. Tuy nhiên, Mountain Mist muốn rằng tổng chi phí sẽ không nhiều hơn 70.000USD cho quảng cáo truyền hình và không nhiều hơn 50.000 USD cho quảng cáo trên tạp chí. Mountain Mist kiếm được lợi nhuận là 0,05 USD một chai soda mà nó bán ra. Lập công thức dạng LP cho bài toán và xác định đáp án tối ưu bằng Solver?

Câu 9: Công ty khai thác mỏ GeoThern sở hữu hai mỏ khai thác mà mỗi mỏ cung cấp 3 mức độ than đá khác nhau: mức độ cao, trung bình và thấp. Suốt mỗi giờ vận hành, mỏ thứ nhất cung cấp 6 tấn than đá cấp độ cao, 2 tấn cấp độ trung bình và 4 tấn cấp độ thấp. Mỏ thứ 2 cung cấp 2 tấn than đá cấp độ cao, 2 tấn cấp độ trung bình và 8 tấn cấp độ thấp mỗi giờ vận hành. Tốn 200$ mỗi giờ để vận hành mỏ thứ nhất và 160$ mỗi giờ cho mỏ thứ 2. Để đáp ứng hợp đồng với một nhà máy năng lượng địa phương, GeoThern phải cung cấp ít nhất 12 tấn than đá mức độ cao, 8 tấn mức độ trung bình và 24 tấn mức độ thấp mỗi ngày. Mỗi mỏ sẽ phải hoạt động bao nhiêu giờ mỗi ngày để GeoThern cung cấp than cho nhà máy năng lượng theo cách ít tốn kém nhất?

Câu 10: Vận dụng phương pháp lập mô hình bằng bảng tính, tìm phương án tối ưu cho các bài tập từ câu 5 đến câu 10 trong chương 2?

BÀI TẬP VẬN DỤNG BỔ SUNG

Bài tập bổ sung 1. Một doanh nghiệp có hai sản phẩm A và B. Mỗi sản phẩm A đem lại lợi nhuận 30, cần 2 giờ máy và 1 giờ lao động. Mỗi sản phẩm B đem lại lợi nhuận 45, cần 3 giờ máy và 2 giờ lao động. Doanh nghiệp có 120 giờ máy và 80 giờ lao động. Hãy lập mô hình LP, giải bằng Solver và diễn giải nghiệm tối ưu.

Bài tập bổ sung 2. Một công ty cần lựa chọn số quảng cáo trên Facebook, TikTok và YouTube để tối đa hóa số lượt tiếp cận với ngân sách 200 triệu đồng. Mỗi kênh có chi phí, mức tiếp cận và giới hạn số quảng cáo khác nhau. Hãy tự thiết kế dữ liệu, lập mô hình bảng tính và kiểm tra ràng buộc ngân sách.

Bài tập bổ sung 3. Một nhà máy cần vận chuyển hàng từ ba nguồn cung đến bốn điểm cầu. Hãy lập mô hình vận tải tổng quát, nêu rõ biến xij, hàm mục tiêu tối thiểu hóa chi phí và các ràng buộc cung - cầu.

Bài tập bổ sung 4. Hãy chọn một ví dụ trong thực tế học tập hoặc công việc của bạn có thể mô hình hóa bằng quy hoạch tuyến tính. Trình bày vấn đề, biến quyết định, hàm mục tiêu, ràng buộc và hướng dẫn cách khai báo trong Solver.

PHẦN BÀI GIẢI MẪU

Bài giải mẫu 1:

Một công ty đang lên kế hoạch thuê đất để trồng cây cảnh với nhu cầu về diện tích như sau:

Năm	1	2	3	4	5
Nhu cầu diện tích (hecta)	1 2	7	1 0	1 5	2 0

Để đáp ứng được nhu cầu diện tích này, một công ty địa phương đã đồng ý cho thuê với số lượng diện tích tuỳ ý với thời hạn thuê tùy ý theo bảng dưới đây:

Độ dài hợp đồng thuê (năm)	1	2	3	4	5
Giá/ 1 hecta (đơn vị tiền tệ)	3 00	6 50	1 000	1 250	1 470

Lập mô hình bằng phương pháp bảng tính với giả định rằng mỗi biến số ra quyết định bằng 2 hecta? Nhận xét, giải thích về tính khả thi của phương án này?

Bài giải:

Thời hạn thuê	1	1	1	1	1	2	2	2	2	3	3	3	4	4	5				
Bắt đầu từ năm	1	2	3	4	5	1	2	3	4	1	2	3	1	2	1				
Diện tích (hecta)	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	**TỔNG**			
Đơn giá/hecta	300	300	300	300	300	650	650	650	650	1000	1000	1000	1250	1250	1470	**22140**			
TIÊU CHÍ	**CÁC YẾU TỐ RÀNG BUỘC**															**TỔNG**		**GH**	**CL**
1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	**10**	=	**12**	**2**
2	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	1	1	1	**16**	=	**7**	**-9**
3	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	**18**	=	**10**	**-8**
4	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	**16**	=	**15**	**-1**
5	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	1	**10**	=	**20**	**10**

Nhận xét: Phương án đã cho không khả thi vì không thỏa mãn điều kiện ràng buộc của bài toán.

Bài giải mẫu 2:

Một công ty sản xuất 6 chủng loại sản phẩm (SP) với định mức sử dụng chi tiết nguyên vật liệu và lượng tồn kho nguyên vật liệu hiện có như sau:

Nguyên vật liệu	Định mức nguyên vật liệu	Tồn kho

	SP1	SP2	SP3	SP4	SP5	SP6	
NVLA	3	2	0	0	1	3	1000
NVLB	0	4	2	1	3	2	1200
NVLC	2	2	4	3	0	0	600
Lợi nhuận đơn vị	**2$**	**3$**	**3$**	**2$**	**5$**	**1$**	

Công ty dự định rằng mức sản xuất tối đa đối với SP4, SP5, SP6 lần lượt là 150, 200, 100 sản phẩm. Hơn nữa để đảm bảo tính ổn định trong sản xuất nên tổng số lượng sản xuất của hai chủng loại SP4, SP6 tối thiểu phải đảm bảo là 200 sản phẩm, tổng số lượng sản xuất của hai chủng loại SP5, SP6 tối thiểu là 220 sản phẩm. Lập mô hình bằng phương pháp đại số?

Bài giải:

$$f(x) = 2x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 2x_4 + 5x_5 + x_6 \Rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_5 + 3x_6 \le 1000 \\ 4x_2 + 2x_3 + x_4 + 3x_5 + 2x_6 \le 1200 \\ 2x_1 + 2x_2 + 4x_3 + 3x_4 \le 600 \\ x_4 \le 150 \\ x_5 \le 200 \\ x_6 \le 100 \\ x_4 + x_6 \ge 200 \\ x_5 + x_6 \ge 220 \end{cases}$$

$x_1; x_2; x_3; x_4; x_5; x_6 \ge 0$

Bài giải mẫu 3:

Một công ty chuyên lắp ráp các thiết bị điện tử với định mức sử dụng các linh kiện như sau:

Tên bộ phận linh kiện	Số bộ phận còn trong kho	Số lượng các bộ phận được sử dụng khi lắp ráp		
		Ti vi	Đầu đĩa	Loa thùng
Khung	500	1	1	0
Đèn hình	300	1	0	0
Loa	670	2	2	1
Bộ nguồn	530	1	1	0
Hệ thống điện	720	2	1	1
Lợi nhuận đơn vị (VNĐ)		**82000**	**76000**	**105000**

Biết rằng công ty muốn sử dụng hết số lượng linh kiện Loa để sản xuất trong kế hoạch sắp tới.

Hãy lập mô hình bằng phương pháp bảng tính với giả định rằng số lượng Ti vi, Đầu đĩa, Loa thùng được sản xuất lần lượt là 120; 260; 100. Nhận xét tính khả thi của phương án đã cho?

Bài giải:

Thiết bị	Tivi	Đầu đĩa	Loa Thùng				
SLSX	120	260	100	**TỔNG**			
LN	82000	76000	105000	**40100000**			
TIÊU CHÍ	**CÁC YẾU TỐ RÀNG BUỘC**			**TỔNG**		**GH**	**CL**
Khung	1	1	0	**380**	≤	**500**	**120**
Đèn hình	1	0	0	**120**	≤	**300**	**180**
Loa	2	2	1	**860**	=	**670**	**-190**
Bộ nguồn	1	1	0	**380**	≤	**530**	**150**
Hệ thống điện	2	1	1	**600**	≤	**720**	**120**

Bài giải mẫu 4:

Một Công ty chuyên sản xuất kinh doanh kính chắn gió vừa nhận một đơn đặt hàng với các kích cỡ (Chiều dài × Chiều rộng) theo số lượng cụ thể như sau:

TT	Kích cỡ	Số lượng (Tấm)
1	3m×2m	150
2	2m×2m	250

Hiện tại Công ty chỉ có thể sử dụng một loại tấm kính sẵn có với kích cỡ là 6m×4m để đáp ứng đơn hàng này. Chi phí một tấm 6m×4m là 250000đ và Công ty muốn đáp ứng đơn hàng sao cho tối thiểu hóa được chi phí. Biết rằng các cách cắt mà Công ty có thể sử dụng trong việc đáp ứng đơn hàng được cho như bảng dưới đây:

TT	**Kích cỡ**	**ĐVT**	**Cách 1**	**Cách 2**	**Cách 3**	**Cách 4**	**Cách 5**
1	3m×2m	Tấm	4	3	2	1	0
2	2m×2m	Tấm	0	1	3	4	6

a. Tìm phương án tối ưu bằng công cụ Solver?

b. Lập mô hình ra quyết định bằng phương pháp đại số?

Bài giải:

a.

Cách cắt	**ĐVT**	**Cách 1**	**Cách 2**	**Cách 3**	**Cách 4**	**Cách 5**				
Số lượng tấm (6mx4m)	Tấm	**33**	**4**	**0**	**6**	**37**	**TỔNG**			
Chi phí	1000đ	250	250	250	250	250	**20000**			
KÍCH CỠ		**CÁC YẾU TỐ RÀNG BUỘC**					**TỔNG**		**G.HẠN**	**CL**
3m×2m	Cái	4	3	2	1	0	**150**	=	**150**	**0**
2m×2m	Cái	0	1	3	4	6	**250**	=	**250**	**0**

b.

$$f(x) = 250x_1 + 250x_2 + 250x_3 + 250x_4 + 250x_5 \square \min$$

$$\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = 150 \\ x_2 + 3x_3 + 4x_4 + 6x_5 = 250 \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, \forall j = \overline{1;5}$$

Bài giải mẫu 5:

Một Công ty bảo dưỡng xe đang lập kế hoạch về sử dụng lao động đảm bảo phục vụ trong các ca làm việc. Theo chính sách hiện tại của Công ty thì mỗi nhân viên làm việc 2 ca trong một ngày (Mỗi ca là 4 giờ theo quy định của công ty), hơn nữa vì tính chất công việc nên Công ty quy định hai ca làm việc của một nhân viên trong một ngày không được liên tiếp nhau. Nhu cầu nhân viên tối thiểu làm việc trong mỗi ca đã được công ty xác định như bảng thống kê dưới đây:

Ca làm việc	**Khoảng thời gian**	**Nhu cầu nhân viên tối thiểu (Người)**
1	8h-12h	90
2	12h-16h	120
3	16h-20h	80
4	20h-24h	60

Công ty đang tính toán xem tổng số lượng nhân viên tối thiểu cần có là bao nhiêu và lên lịch làm việc đáp ứng yêu cầu trên.

a. Bạn hãy giúp công ty lập mô hình ra quyết định bằng phương pháp đại số?

b. Hãy lập mô hình ra quyết định bằng phương pháp bảng tính và tìm phương án tối ưu?

Bài giải:

a.

Gọi x_{ij} là số lượng nhân việc làm việc trong ca i và ca j: (x_{13}; x_{14}; x_{24})

$$f(x) = x_{13} + x_{14} + x_{24} \;\square\; \min$$

$$\begin{cases} x_{13} + x_{14} \geq 90 \\ x_{24} \geq 120 \\ x_{13} \geq 80 \\ x_{14} + x_{24} \geq 60 \end{cases}$$

$x_{13}; x_{14}; x_{24} \geq 0$ và nguyên 0,5

b.

Ca làm việc thứ nhất	**Ca 1**	**Ca 1**	**Ca 2**				
Ca làm việc thứ hai	**Ca 3**	**Ca 4**	**Ca 4**	**TỔNG**			
Số lượng nhân viên	**90**	**0**	**120**	**210**			
CA LÀM VIỆC	**CÁC YẾU TỐ RÀNG BUỘC**			**TỔNG**		**G.HẠN**	**CL**
Ca 1	1	1	0	**90**	≥	**90**	**0**
Ca 2	0	0	1	**120**	≥	**120**	**0**
Ca 3	1	0	0	**90**	≥	**80**	**10**
Ca 4	0	1	1	**120**	≥	**60**	**60**

TÀI LIỆU THAM KHẢO GỢI Ý

Anderson, D. R., Sweeney, D. J., Williams, T. A., Camm, J. D., Cochran, J. J., Fry, M. J., & Ohlmann, J. W. (2019). *An Introduction to Management Science: Quantitative Approaches to Decision Making* (15th ed.). Cengage Learning.

Hillier, F. S., & Lieberman, G. J. (2021). *Introduction to Operations Research* (11th ed.). McGraw-Hill.

Winston, W. L. (2004). *Operations Research: Applications and Algorithms* (4th ed.). Cengage Learning.